

BIOFIZYKA RADIACYJNA

wykład #2

Krzysztof Wojciech Fornalski

Narodowe Centrum Badań Jądrowych
Wydział Fizyki, Politechnika Warszawska



TŁO PROMIENIOWANIA JONIZUJĄCEGO

Tło promieniowania gamma w Polsce w 1995 r.

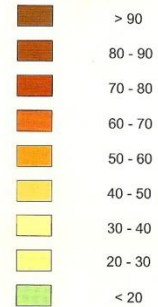
TABLICA
PLATE 72

RADIOMETRIA RADIOMETRY

DAWKA PROMIENIOWANIA GAMMA

GAMMA DOSE RATE

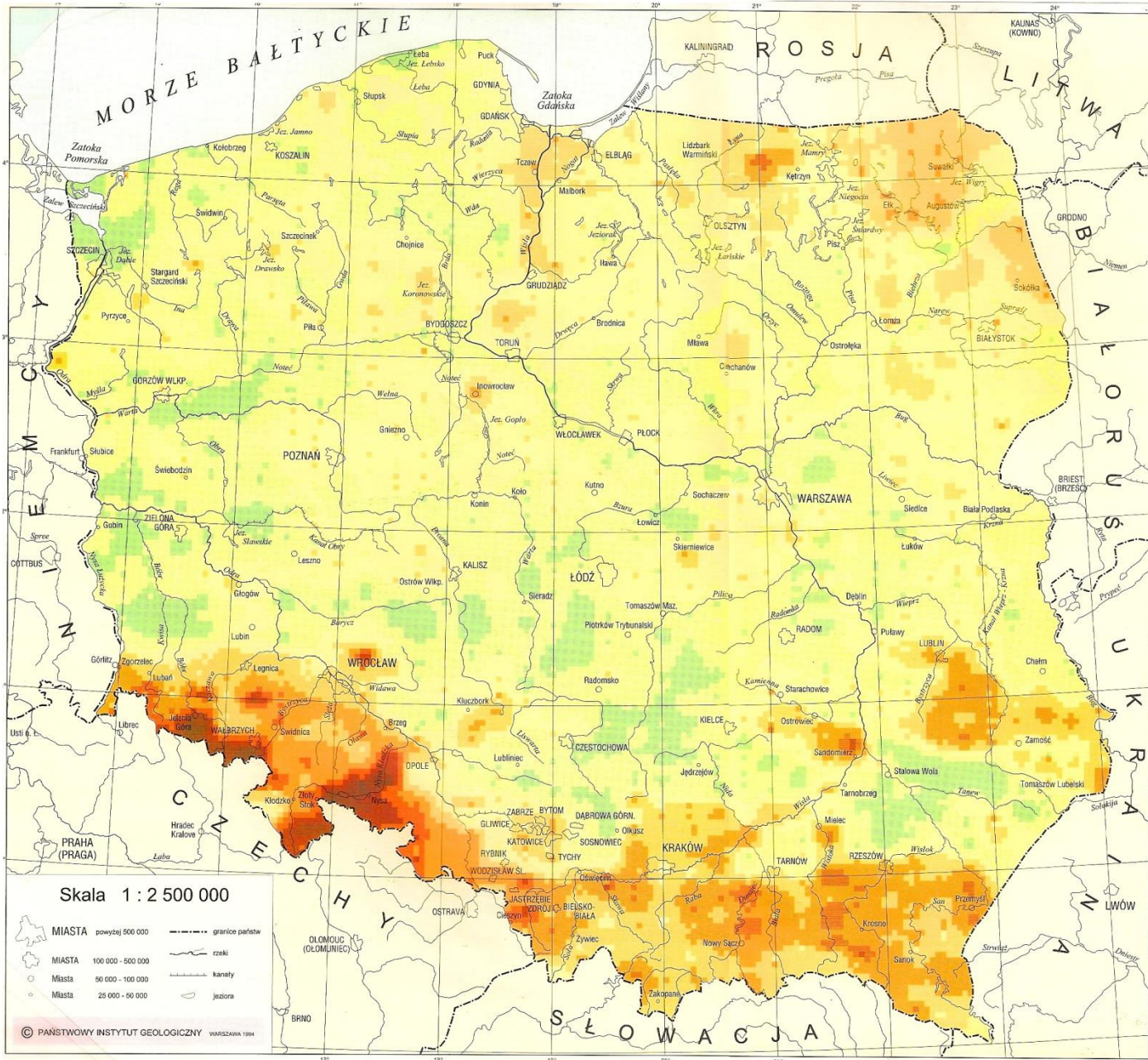
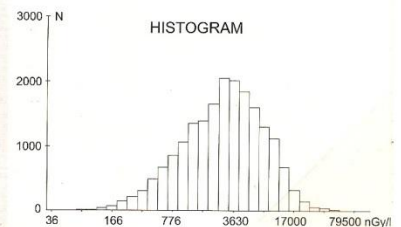
zawartość
contents in nGy/h



PARAMETRY STATYSTYCZNE STATISTICS PARAMETERS

Liczba pomiarów	19528	Number of measurements
Minimum	2.3 nGy/h	Minimum
Maksimum	140.6 nGy/h	Maximum
Srednia arytm.	34.1 nGy/h	Arithmetic mean
Srednia geom.	30.9 nGy/h	Geometric mean
Mediana	32.2 nGy/h	Median

HISTOGRAM



Warszawa Dolny Mokotów



Warszawa przed Pałacem Kultury

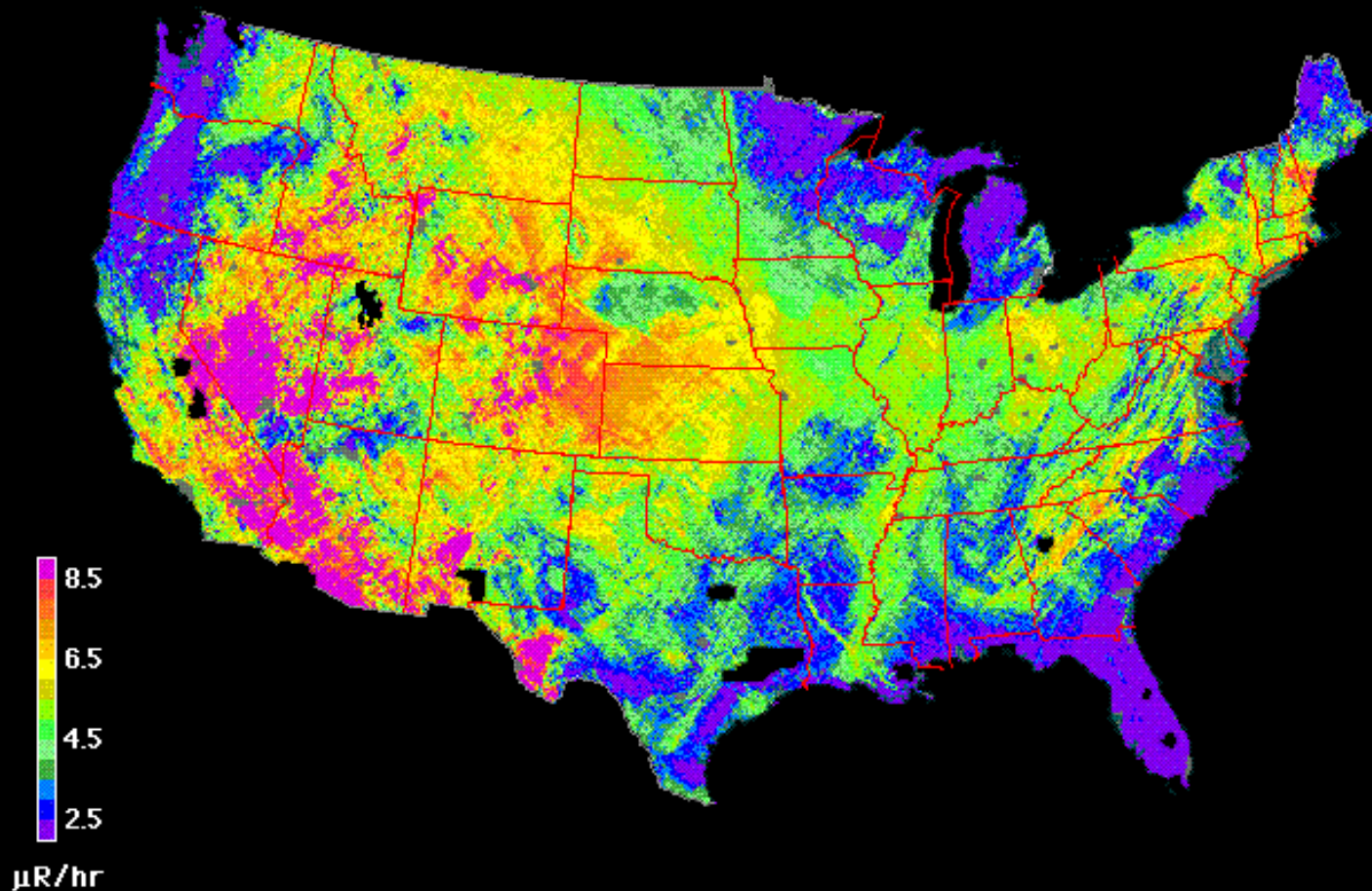


W samolocie



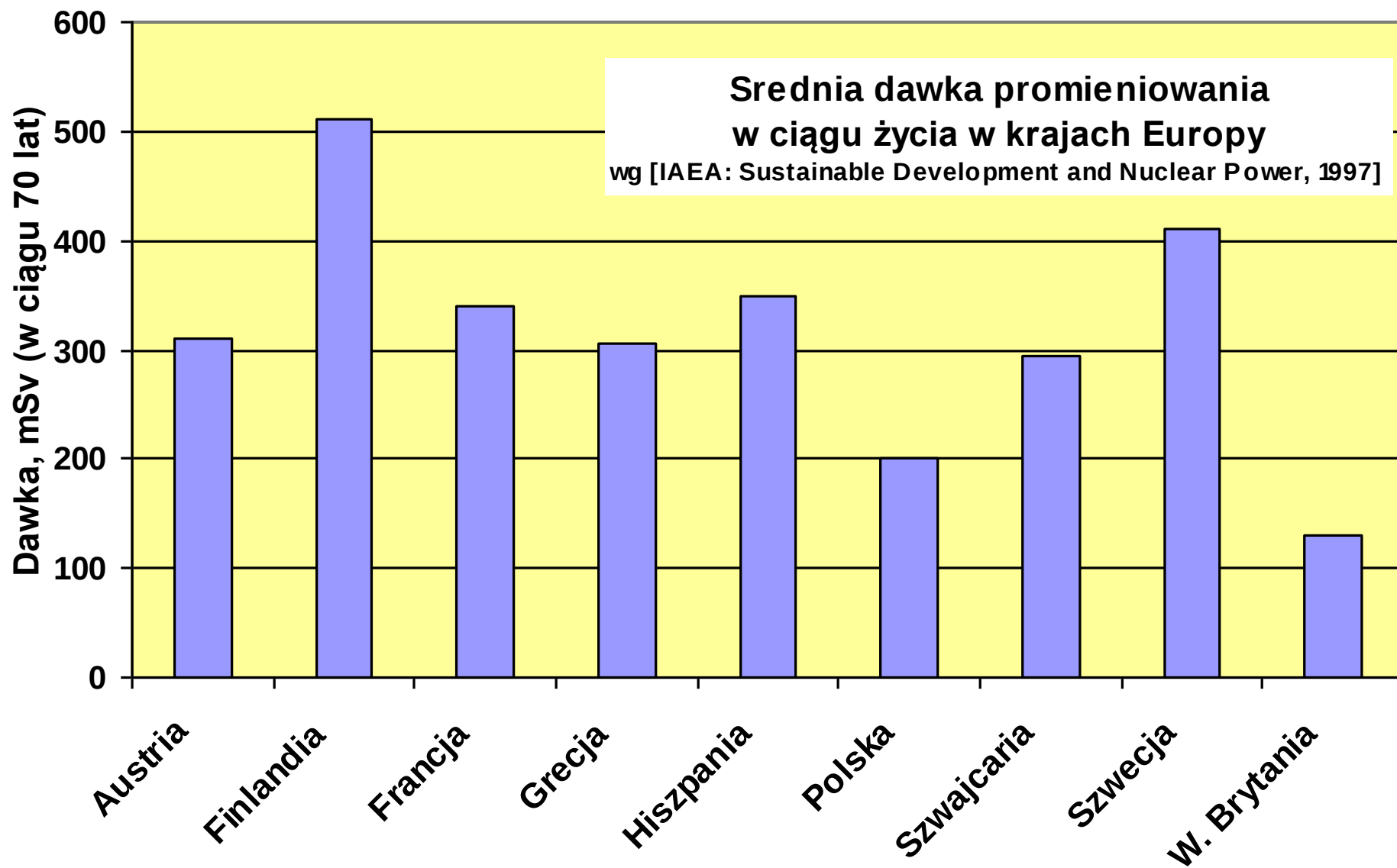
Promieniowanie gamma w USA

Terrestrial Gamma-Ray Exposure at 1m above ground



Source of data: U.S. Geological Survey Digital Data Series DDS-9, 1993

Średnie dawki życiowe w różnych krajach



Naturalne tło promieniowania

- ◆ W Polsce średnio mamy $0,2 \mu\text{Sv/h}$
- ◆ W polskich Sudetach ok. $0,5 \mu\text{Sv/h}$
- ◆ W Finlandii ok. $1 \mu\text{Sv/h}$
- ◆ Kerala (Indie) ok. $15 \mu\text{Sv/h}$
- ◆ Guarapari (Brazylia) ok. $50 \mu\text{Sv/h}$
- ◆ Ramsar (Iran) ok. $100 \mu\text{Sv/h}$
- ◆ Lot transatlantycki ok. $0,6 \mu\text{Sv/h}$

- ◆ Limit ewakuacyjny z Czarnobyla z 1986 r. ok. $0,4 \mu\text{Sv/h}$

- ◆ Centrum miasta Czarnobyl dzisiaj: ok. $0,15 \mu\text{Sv/h}$

Obszary o podwyższonym tle promieniowania

- ◆ Na Ziemi występują obszary, gdzie naturalne tło promieniowania jest wyższe nawet kilkaset razy od średniej światowej
- ◆ Nigdzie w tych miejscach nie zaobserwowano wzrostu zachorowalności na jakiegokolwiek schorzenia
- ◆ Nie zaobserwowano jakichkolwiek anomalii także w świecie przyrody

Guarapari (Brazilia) – 27 $\mu\text{Sv/h}$



Ramsar (Iran) – 126 $\mu\text{Sv/h}$



Czarnobyl

- przed sarkofagiem IV reaktora

W odległości około
200 metrów od
sarkofagu moc dawki
wynosi około
5-6 $\mu\text{Sv/h}$





Problem niskich dawek

- ◆ Brak wzrostu jakiegokolwiek ryzyka wraz z podwyższonym tłem promieniowania stanowi obszar wnikliwych badań
- ◆ Wyniki wielu badań wskazują na istnienie progu dawki, powyżej którego pojawia się ryzyko
- ◆ Jest to tzw. problem niskich dawek i zostanie omówiony później

Case-study

- ◆ Lokalizacja przyszłej polskiej elektrowni jądrowej
- ◆ Pomiary tła promieniowania są wymagane przez polskie prawo
- ◆ Pomiary stężeń wielu izotopów w powietrzu, wodzie, gruncie, bioindykatorach
- ◆ Pomiary mocy dawek + radon

Promieniotwórczość ludzkiego ciała

Nuklidy promieniotwórcze zawarte w ciele ludzkim [dane dla tzw. "umownego człowieka"*] oraz podstawowe charakterystyki emitowanego promieniowania

Izotop	Liczba atomów	Liczba rozpadów [Bq]	Przemiana	Energia rozpadu [keV]	Energia średnia $\langle E_{\beta} \rangle$ [keV]	Orientacyjny zasięg w tkance dla $\langle E_{\beta} \rangle$ [μm]
^3H	$4,2 \times 10^{10}$	75	β	19	5,7	0,5
^{14}C	7×10^{14}	2690	β	156	49,5	39
^{40}K	$2,5 \times 10^{20}$	4340	β	β 1312 γ 1461	455	1600
^{87}Rb	$1,4 \times 10^{21}$	625	β	274	82	95

Porównanie z innymi źródłami

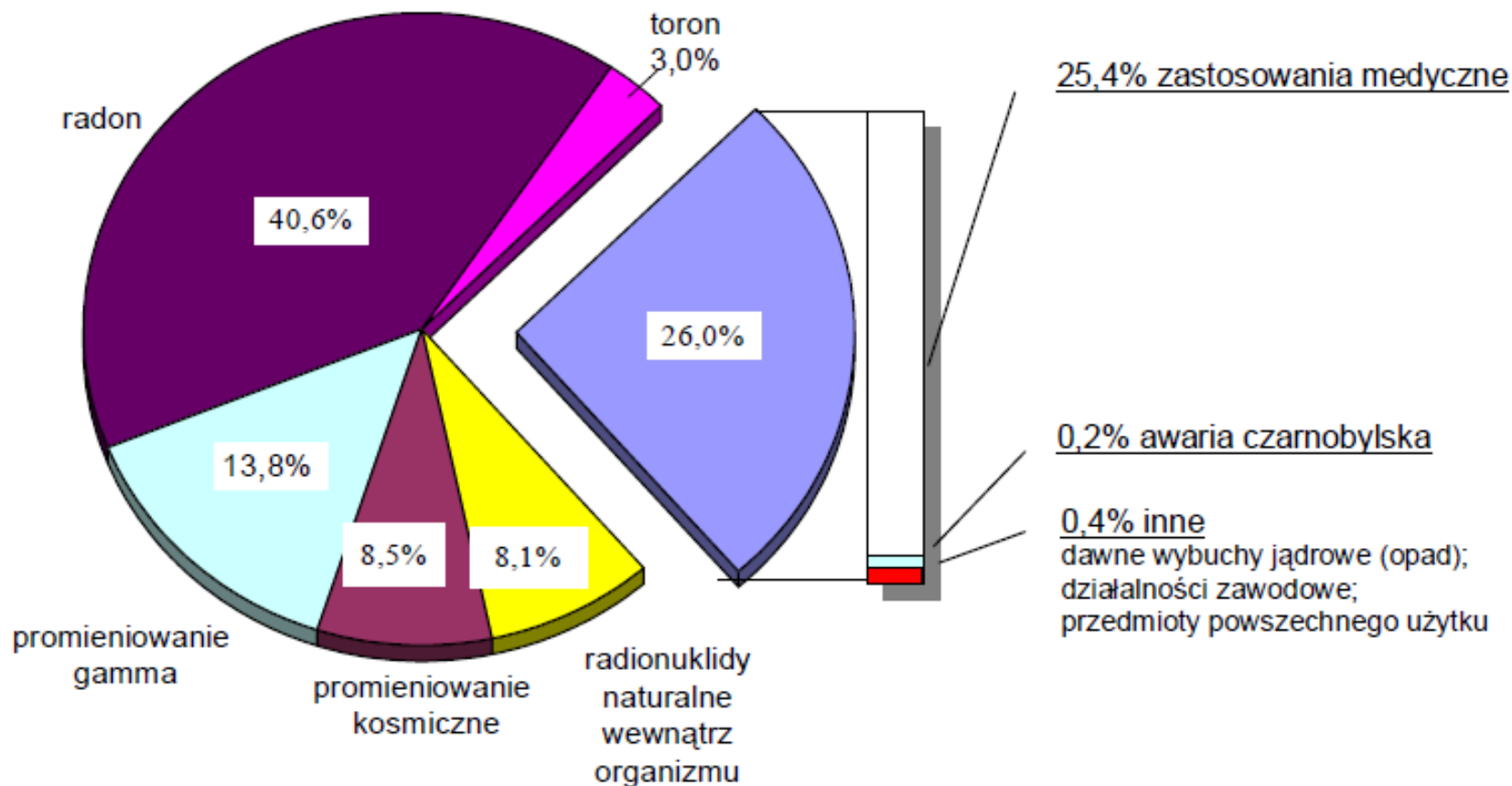
Aktywności typowych promieniotwórczych źródeł naturalnych

Źródło	Aktywność [Bq]
„Człowiek umowny”	$8 \cdot 10^3$
1 kg kawy	$1 \cdot 10^3$
1 kg nawozu superfosfatowego	$5 \cdot 10^3$
Radon w powietrzu w pomieszczeniu o powierzchni 100 m ²	$3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^4$
Czujka dymu	$3 \cdot 10^4$
Radiofarmaceutyk dla diagnostyki medycznej	$7 \cdot 10^7$
Źródło izotopowe dla terapii	$1 \cdot 10^{14}$
1 kg 50 - letniego, zeszlonego wysoaktywnego odpadu promieniotwórczego	$1 \cdot 10^{13}$
Świetlny znak wyjścia (z lat 1970.)	$1 \cdot 10^{12}$
1 kg metalicznego uranu	$25 \cdot 10^6$
1 kg kanadyjskiej rudy uranowej	$25 \cdot 10^6$
1 kg australijskiej rudy uranowej	$0,5 \cdot 10^6$
1 kg niskoaktywnych odpadów promieniotwórczych	$1 \cdot 10^6$
1 kg popiołu po spaleniu węgla	$2 \cdot 10^3$
1 kg granitu	$1 \cdot 10^3$

Łącznie, od źródeł naturalnych (75%) i sztucznych (25%), roczna średnia dawka promieniowania jonizującego przypadającego na jednego mieszkańca Polski wynosi
3,35 mSv/rok

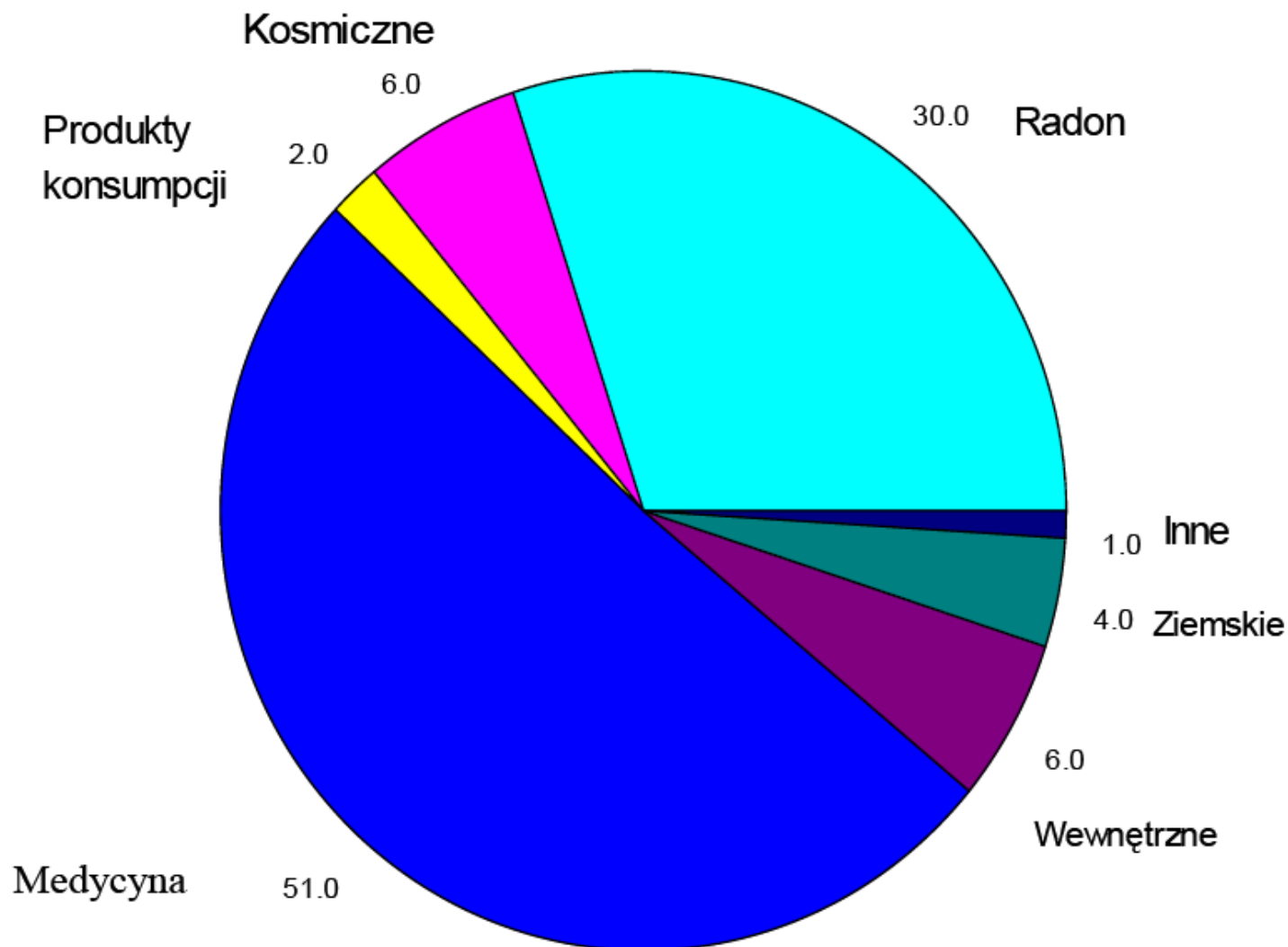
Rozkład rocznej dawki w Polsce

ŹRÓDŁA NATURALNE 74,0% (2,480 mSv) PROMIENIOWANIE OD ŹRÓDEŁ SZTUCZNYCH (w tym w MEDYCYNIE) 26,0% (0,866 mSv)



w USA

Wkład do dawki rocznej (6,27 mSv) w USA, rok 2006





PRZEKRÓJ CZYNNY

Przekrój czynny na reakcję - σ

- ◆ Określa prawdopodobieństwo zajścia jakiejś reakcji w świecie mikroskopowym
- ◆ Pojęcie spotykane najczęściej w fizyce jądra i cząstek elementarnych, także w fizyce radiacyjnej
- ◆ Przekrój czynny zdefiniowany jest jako pole powierzchni umownej tarczy prostopadłej do toru ruchu pocisku
- ◆ Jednostką jest barn [b] równy 10^{-28} m^2

Przekrój czynny – c.d.

- ◆ Pojęcia przekroju czynnego używamy też w odniesieniu do konkretnej reakcji, np. przekrój czynny na rozproszenie cząstki, przekrój czynny na kreację konkretnej cząstki, na pochłonięcie, na rozproszenie etc.
- ◆ Różniczkowy przekrój czynny – na rozproszenie cząstki pod pewnym kątem
- ◆ Zależność między przekrojem czynnym a prawdopodobieństwem zajścia zdarzenia:

$$P = \frac{\sigma n}{S} = \sigma \rho d$$

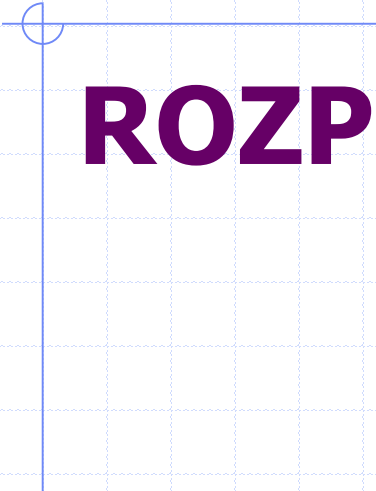
gdzie n – liczba centrów oddziaływania, S – powierzchnia tarczy (całej), ρ – gęstość centrów oddziaływania, d – grubość tarczy (mała)

Przekrój czynny – c.d.

- ◆ W dalszej części wykładu będziemy posługiwać się pojęciem przekroju czynnego w odniesieniu do promieniowania jonizującego oddziałującego z materią (żywą lub nieożywioną), w kontekście powstawania aktu jonizacji

Oddziaływanie promieniowania X/gamma z materią

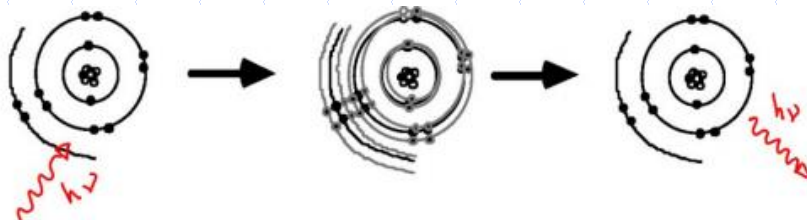
- elementy fizyki radiacyjnej



ROZPRASZANIE RAYLEIGHA

Rozpraszanie Rayleigh'a

- ◆ Rozpraszanie koherentne i quasi-elastyczne
- ◆ Powstaje w wyniku oddziaływania fotonów na elektronach w atomie, jednakże w oddziaływaniu bierze udział cały atom jako taki
- ◆ Po zejściu takiego oddziaływania atom nie jest zjonizowany ani wzbudzony
- ◆ Foton rozpraszany jest pod niewielkim kątem



Rozpraszanie Rayleigh'a

The photon scattering angle depends on both Z and $h\nu$: $\frac{4}{3}$ of the photons are scattered at angles smaller than these, according to Fano (1953a):

$h\nu$	$h\nu = 0.1 \text{ MeV}$	1 MeV	10 MeV
Al	15°	2°	0.5°
Pb	30°	4°	1.0°

It is seen that Rayleigh scattering has more practical importance at low energies, partly because the scattering angle is greater.

◆ Ciekawostka: rozpraszanie Rayleigha odpowiada za niebieski kolor nieba za dnia

Przekrój czynny

- ◆ Przekrój czynny na rozproszenie Rayleigha

$$\sigma_{Ray} \propto \left(\frac{Z}{E_\gamma} \right)^2$$

gdzie Z to liczba atomowa absorbentu, zaś E_γ to energia padającego fotonu

- Częstokroć będziemy energię oznaczać jako: $k = E_\gamma / E_e$, gdzie E_e to energia spoczynkowa elektronu (511 keV)

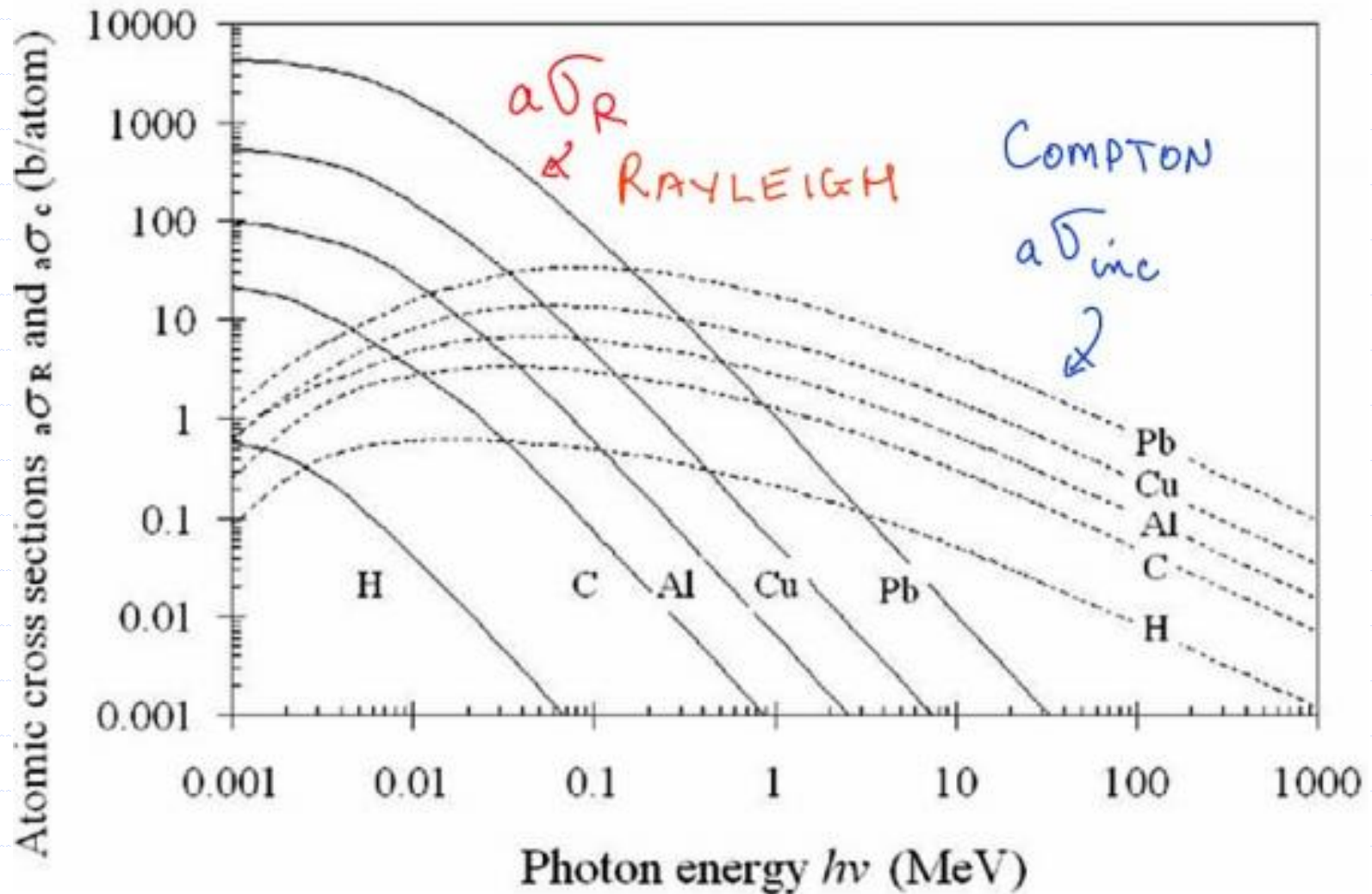
Rozpraszanie Rayleigh'a

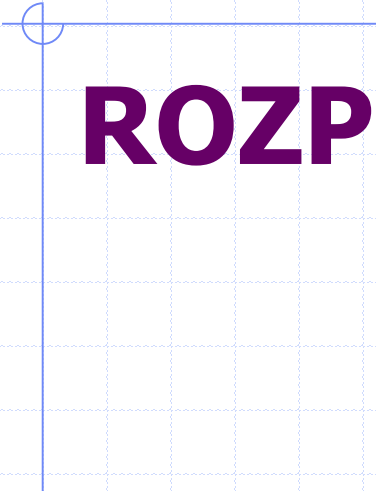
- ◆ Dla energii typowych dla promieniowania X oraz gamma zjawisko rozpraszania Rayleigha jest praktycznie do pominięcia
- ◆ Wkład do całkowitego przekroju czynnego jest nieznaczący i może być pominięty przy obliczeniach doświadczalnych

Typical ratios of Rayleigh to total attenuation coefficients (σ_R/μ) are shown in the following table, derived from the tables of Hubbell (1969):

Element	$h\nu = 0.01 \text{ MeV}$	0.1 MeV	1.0 MeV
C	0.07	0.02	0
Cu	0.006	0.08	0.007
Pb	0.03	0.03	0.03

Przekrój czynny dla Rayleigh'a w porównaniu np. z Comptonem





ROZPRASZANIE THOMSONA

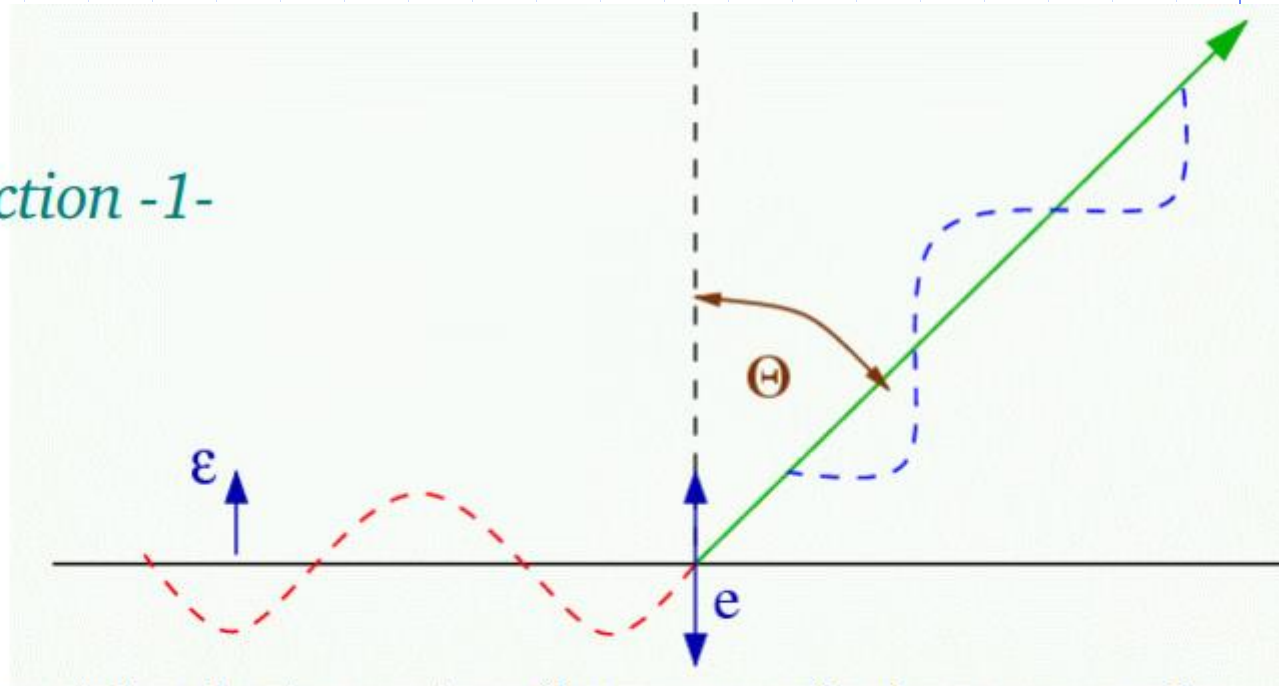
Rozpraszanie Thomsona

- ◆ Szczególny (graniczny), elastyczny przypadek rozproszenia Comptona (to zostanie omówione później), czyli rozproszenia fotonu na swobodnym elektronie (lub ogólniej: dowolnej cząstce naładowanej)
- ◆ Założenie Thomsona: elektron pochłania padający niskoenergetyczny foton, po czym dochodzi do re-emisji fotonu o tej samej energii

Rozpraszanie Thomsona

photon-electron interaction -1-

$$h\nu \ll m_e c^2$$



– for a non relativistic particle, the incoming (low-energy) photons can be expressed as a continuous e-m wave and the magnetic field ($H_o=E_o$) can be “neglected” (i.e. studied as a consequence of the E field behaviour).

Przekrój czynny

◆ Jest wartością stałą*, niezależną od energii padającego fotonu (!)

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \pi r_e^2 = \frac{8}{3} \pi \frac{e^4}{E_e^2} \approx 0,66526 \text{ b}$$

gdzie kwadrat klasycznego promienia elektronu: $r_e^2 = e^4/E_e^2 \approx 0.07941 \text{ b}$

* dla niskich energii fotonu, takich gdzie spełniony jest warunek: $E_\gamma \ll E_e$ (efekty kwantowe do pominięcia). W przeciwnym wypadku przechodzimy do rozpraszania Comptona

EFEKT FOTOELEKTRYCZNY

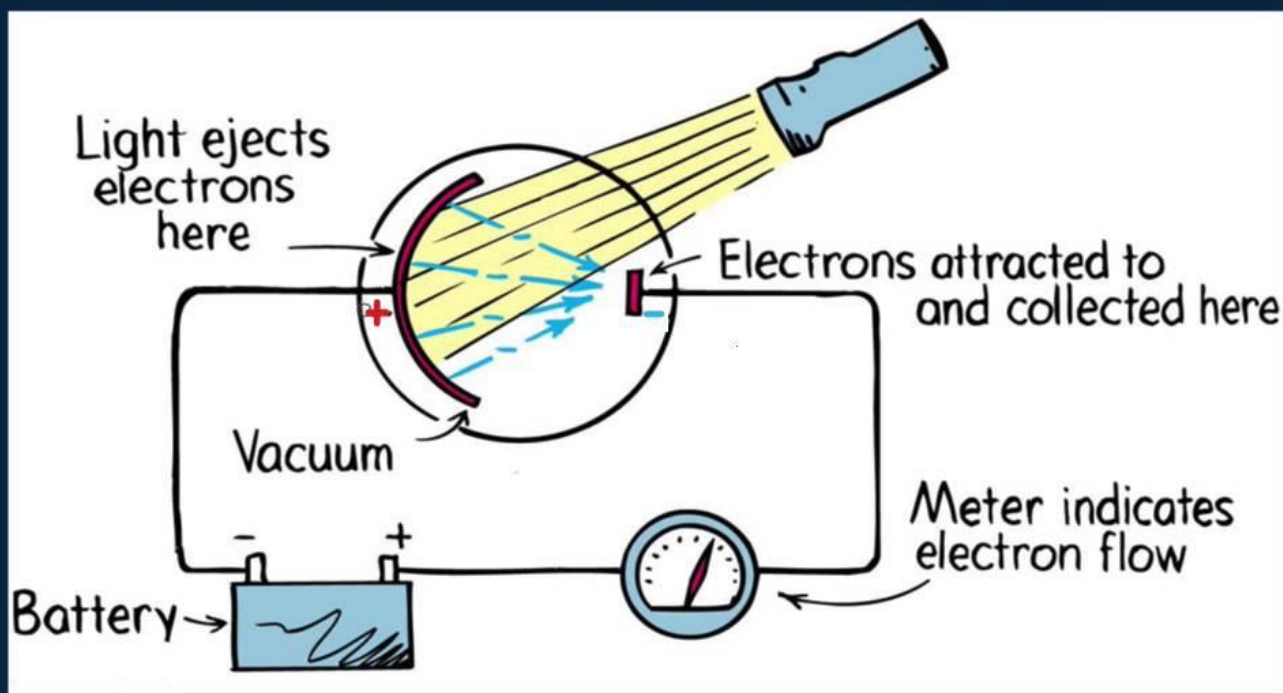
(PIERWSZY ISTOTNY EFEKT DLA FOTONÓW X/GAMMA)

Efekt fotoelektryczny

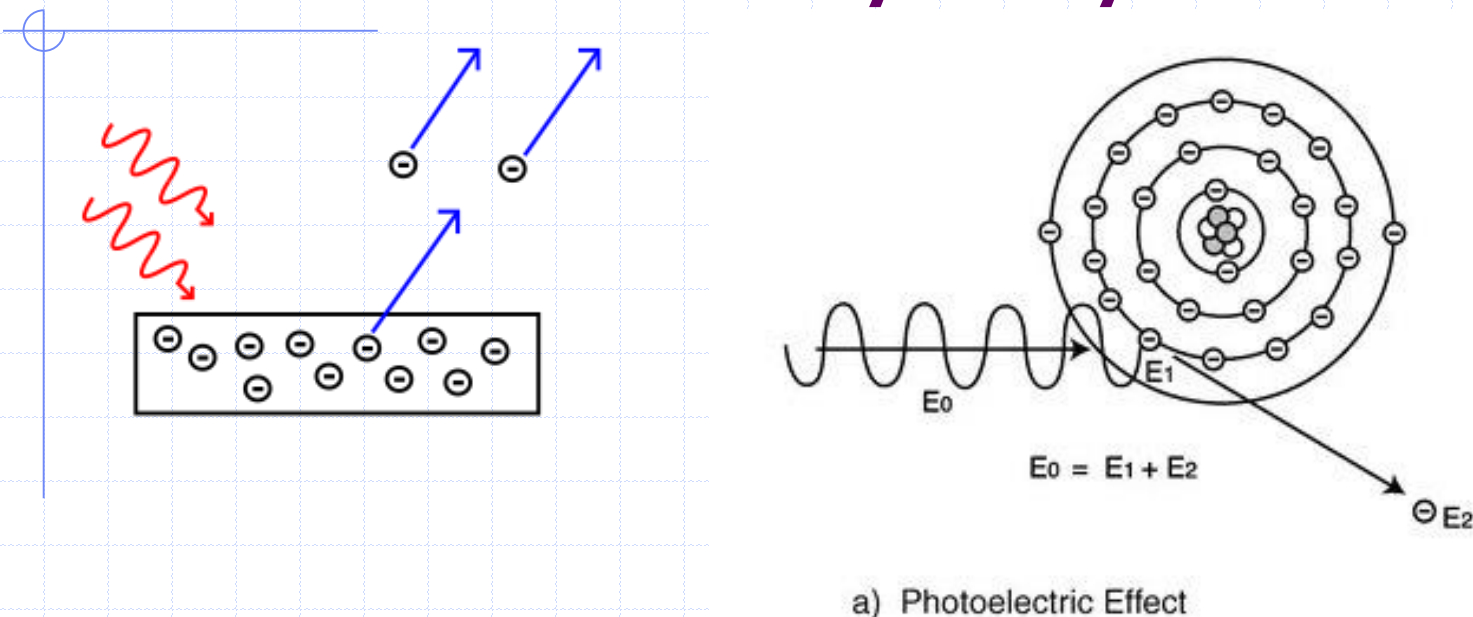
- ◆ Zwany też fotoefektem, fotoemisją
- ◆ Szczegółowy mechanizm zajścia efektu fotoelektrycznego nie będzie tutaj omawiany
- ◆ Za wyjaśnienie tego efektu Einstein otrzymał Nagrodę Nobla
- ◆ Efekt fotoelektryczny jest przykładem jonizacji materii przez promieniowanie

Efekt fotoelektryczny

PHOTOELECTRIC EFFECT



Efekt fotoelektryczny



$$E_y = W + E_k$$

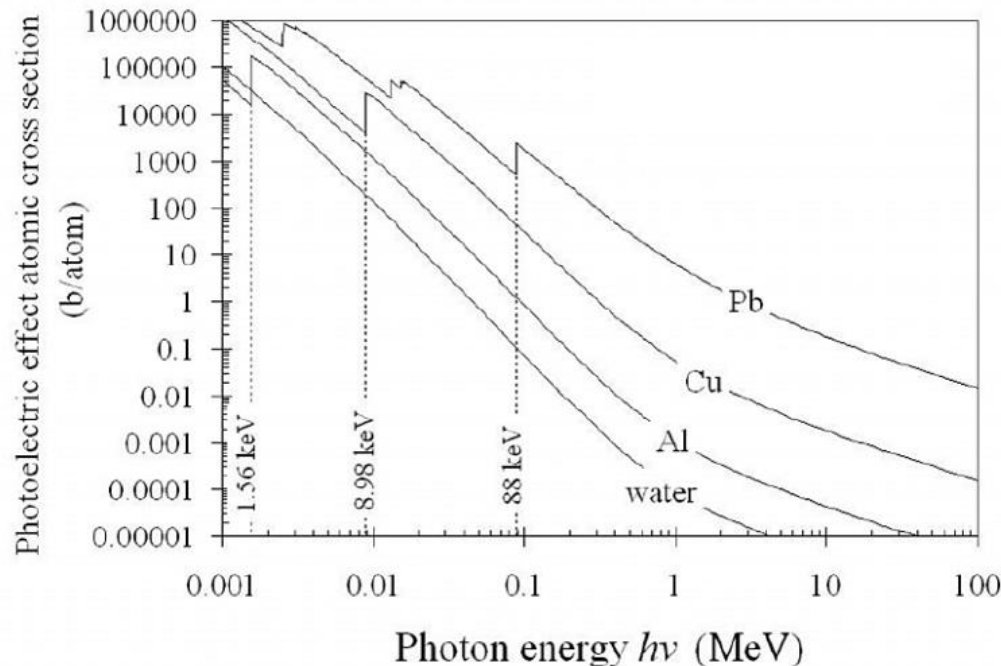
Energia absorbowanego fotonu rozkłada się na pracę wyjścia elektronu z atomu oraz jego energię kinetyczną

Przekrój czynny

◆ Krawędzie absorpcji związane z kolejnymi powłokami (pracą wyjścia)

- at high E, cross section goes as $1/(h\nu)$; at lower E, σ goes as $1/(h\nu)^{3.5}$
- the dependence on Z varies somewhat with energy too (that's why Z^5 or Z^4)

Dla nas nie stanowi to większego problemu, gdyż rozważamy energie dla promieniowania X i gamma (>10 keV)



Przekrój czynny

- ◆ Przekrój czynny dla efektu fotoelektrycznego ma największe znaczenie dla niskich energii (poniżej $\sim 10\text{-}100\text{ keV}$), a więc dla promieniowania gamma jest często pomijany
- ◆ Przekrój czynny bardzo silnie maleje wraz z energią padającego fotonu
- ◆ W pierwszym przybliżeniu możemy się posługiwać uproszczoną formułą w postaci:

$$\sigma_{ph} \propto \frac{Z^5}{k^{3.5}}$$

Przekrój czynny

- ◆ Jednakże nie ma uniwersalnej formuły na przekrój czynny dla efektu fotoelektrycznego
- ◆ Stosuje się różnego rodzaju półempiryczne formuły dla konkretnych przedziałów energii
- ◆ Najczęściej formuły te nie uwzględniają krawędzi absorpcji

Przekrój czynny

- ◆ Najbardziej ogólna zależność (równanie Davissona)

$$\sigma_{ph} = \frac{16}{3} \sqrt{2} \pi r_e^2 \alpha^4 \frac{Z^5}{k^{3.5}} \approx 3 \cdot 10^{12} \frac{Z^4}{E_\gamma^{3.5}}$$

ale dla większych energii ($k > 1$) równanie to jest bardzo mało precyzyjne

Przekrój czynny

- ◆ Jednakże dla energii $k < 1$ ($< 0,5$ MeV) dużo precyzyjniejsze wyniki otrzymamy przy zastosowaniu relatywistycznej formuły Sautera:

$$\sigma_{ph} = \frac{3}{2} \sigma_T \alpha^4 \left(Z \frac{E_e}{E_x} \right)^5 (\gamma^2 - 1)^{3/2} \left[\frac{4}{3} + \frac{\gamma(\gamma - 2)}{\gamma + 1} \left(1 - \frac{1}{2\gamma(\gamma^2 - 1)^{1/2}} \ln \frac{\gamma + (\gamma^2 - 1)^{1/2}}{\gamma - (\gamma^2 - 1)^{1/2}} \right) \right]$$

gdzie $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} = \frac{E_x - E_B + E_e}{E_e}$, zaś:

E_x – energia padającego fotonu [eV]; E_B – energia wiązania elektronu; $\alpha = e^2/(\hbar c) \approx 1/137$ (stała struktury subtelnej); σ_T – przekrój czynny Thomsona (było omawiane)

Przekrój czynny

◆ Dla wyższych energii ($k > 0.9$) stosujemy równanie Pratt'a-Scofield'a:

$$\sigma_{ph} = Z^5 \left[\sum_{n=1}^4 \frac{a_n + b_n Z}{1 + c_n Z} k^{-p_n} \right]$$

n	a_n	b_n	c_n	p_n
1	1.6268·10 ⁻⁹	-2.683·10 ⁻¹²	4.173·10 ⁻²	1
2	1.5274·10 ⁻⁹	-5.110·10 ⁻¹³	1.027·10 ⁻²	2
3	1.1330·10 ⁻⁹	-2.177·10 ⁻¹²	2.013·10 ⁻²	3.5
4	-9.12·10 ⁻¹¹	0	0	4

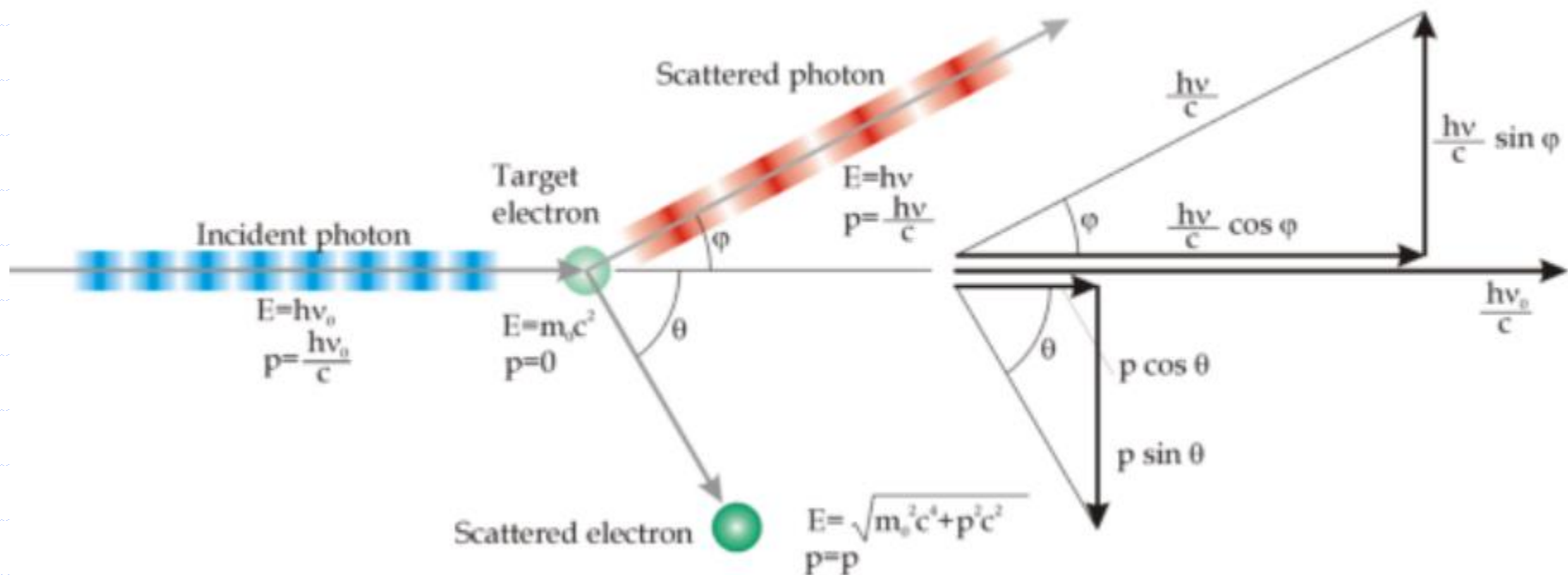
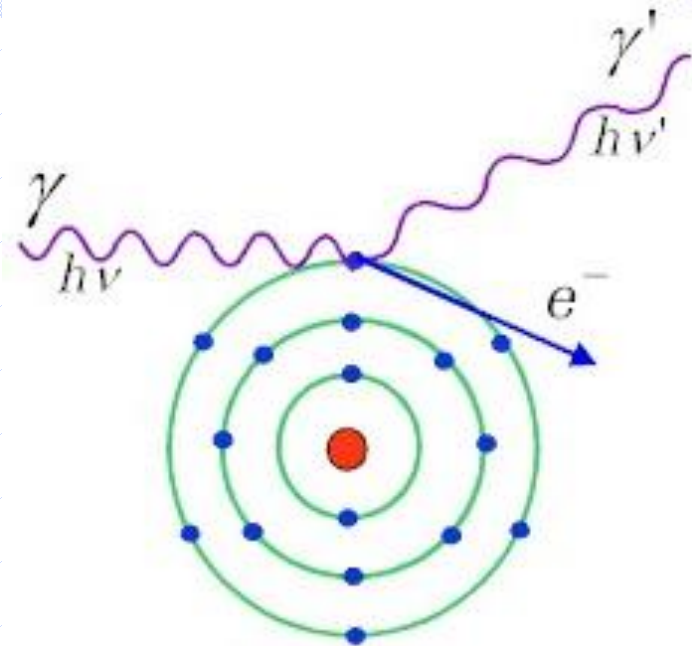


EFEKT COMPTONA

Efekt Comptona

- ◆ Inaczej rozproszenie komptonowskie
- ◆ Polega na rozproszeniu padającego fotonu na quasi-swobodnym elektronie, po czym elektron uzyskuje dodatkową energię kinetyczną kosztem energii fotonu
- ◆ Elektron quasi-swobodny – rozumiany albo jako całkowicie swobodny, albo energia wiązania jest pomijalna z punktu widzenia uzyskanej energii kinetycznej
- ◆ Kolejny efekt związany z jonizacją materii

Efekt Comptona



Efekt Comptona

◆ Przesunięcie Comptona:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C(1 - \cos \theta)$$

λ' – długość fali fotonu rozproszonego

λ – długość fali fotonu padającego

$\Delta\lambda$ różnica w długościach (tzw. przesunięcie Comptona)

θ – kąt rozproszenia fotonu

λ_C komptonowska długość fali dla elektronu (stała)

◆ Energia rozproszonego fotonu:

$$E' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

Efekt Comptona

◆ Szczegółowe wyprowadzenia: książka Attixa, od str. 125

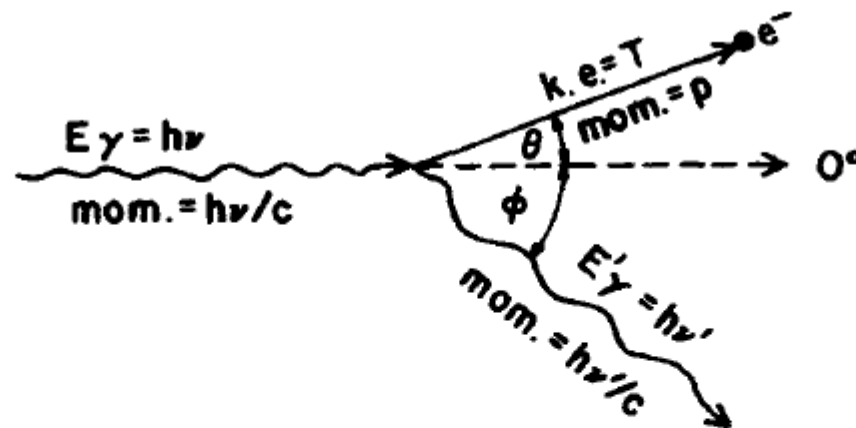


FIGURE 7.2. Kinematics of the Compton effect. A photon of quantum energy $h\nu$ incident from the left strikes an unbound stationary electron, scattering it at angle θ relative to the incident photon's direction, with kinetic energy T . The scattered photon $h\nu'$ departs at angle ϕ on the opposite side of the original direction, in the same scattering plane. Energy and momentum are each conserved. The assumption of an unbound electron means that the above kinematic relationships are independent of the atomic number of the medium.

Obliczenia

After the collision the electron departs at angle θ , with kinetic energy T and momentum p . The photon scatters at angle φ with a new, lower quantum energy $h\nu'$ and momentum $h\nu'/c$. The solution to the collision kinetics is based upon conservation of both energy and momentum. Energy conservation requires that

$$T = h\nu - h\nu' \quad (7.1)$$

Conservation of momentum along the original photon direction (0°) can be expressed as

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \varphi + p \cos \theta$$

or

$$h\nu = h\nu' \cos \varphi + pc \cos \theta \quad (7.2)$$

Conservation of momentum perpendicular to the direction of incidence gives the equation

$$h\nu' \sin \varphi = pc \sin \theta \quad (7.3)$$

pc can be written in terms of T in Eqs. (7.2) and (7.3) by invoking the “law of invariance”:

Obliczenia

$$pc = \sqrt{T(T + 2 m_0 c^2)} \quad (7.4)$$

in which m_0 is the electron's rest mass. This equation can be derived from the following three relativistic relationships:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (7.5)$$

$$T = mc^2 - m_0 c^2 \quad (7.6)$$

$$p = mv \quad (7.7)$$

where v is the electron's velocity, m is its relativistic mass, and p its momentum.

As a result of the substitution for pc , Eqs. (7.1), (7.2), and (7.3) constitute a set of three simultaneous equations in these five parameters: $h\nu$, $h\nu'$, T , θ , and φ . These equations can be solved algebraically to obtain any three of the variables we choose in a single equation. Of the many equations that may be thus derived, the following set of three equations, each in three variables, provides in convenient form a complete solution to the kinematics of Compton interactions:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + (h\nu/m_0 c^2)(1 - \cos \varphi)} \quad (7.8)$$

$$T = h\nu - h\nu' \quad (7.9)$$

$$\cot \theta = \left(1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2}\right) \tan \left(\frac{\varphi}{2}\right) \quad (7.10)$$

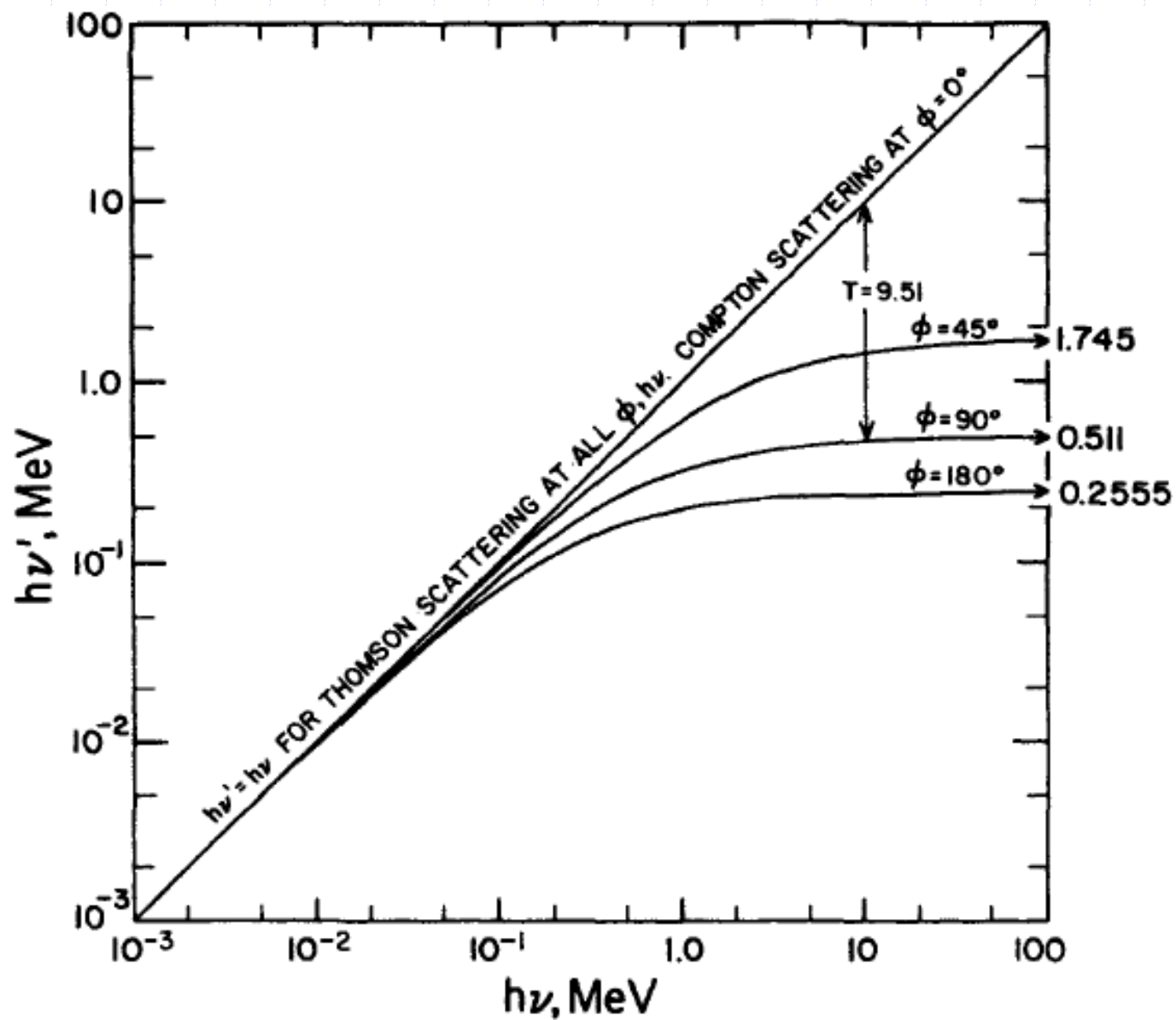


FIGURE 7.3. Graphical representation of the kinematic relationship of $h\nu$, $h\nu'$, and T in the Compton effect, as described by Eqs. (7.8) and (7.9). Curves are shown only for $\phi = 0, 45^\circ, 90^\circ$ and 180° . Note that T is to be interpreted as the vertical separation of any ϕ -curve from the $\phi = 0$ diagonal. In the case shown ($h\nu = 10$ MeV, $\phi = 90^\circ$), $T = 9.51$ MeV.

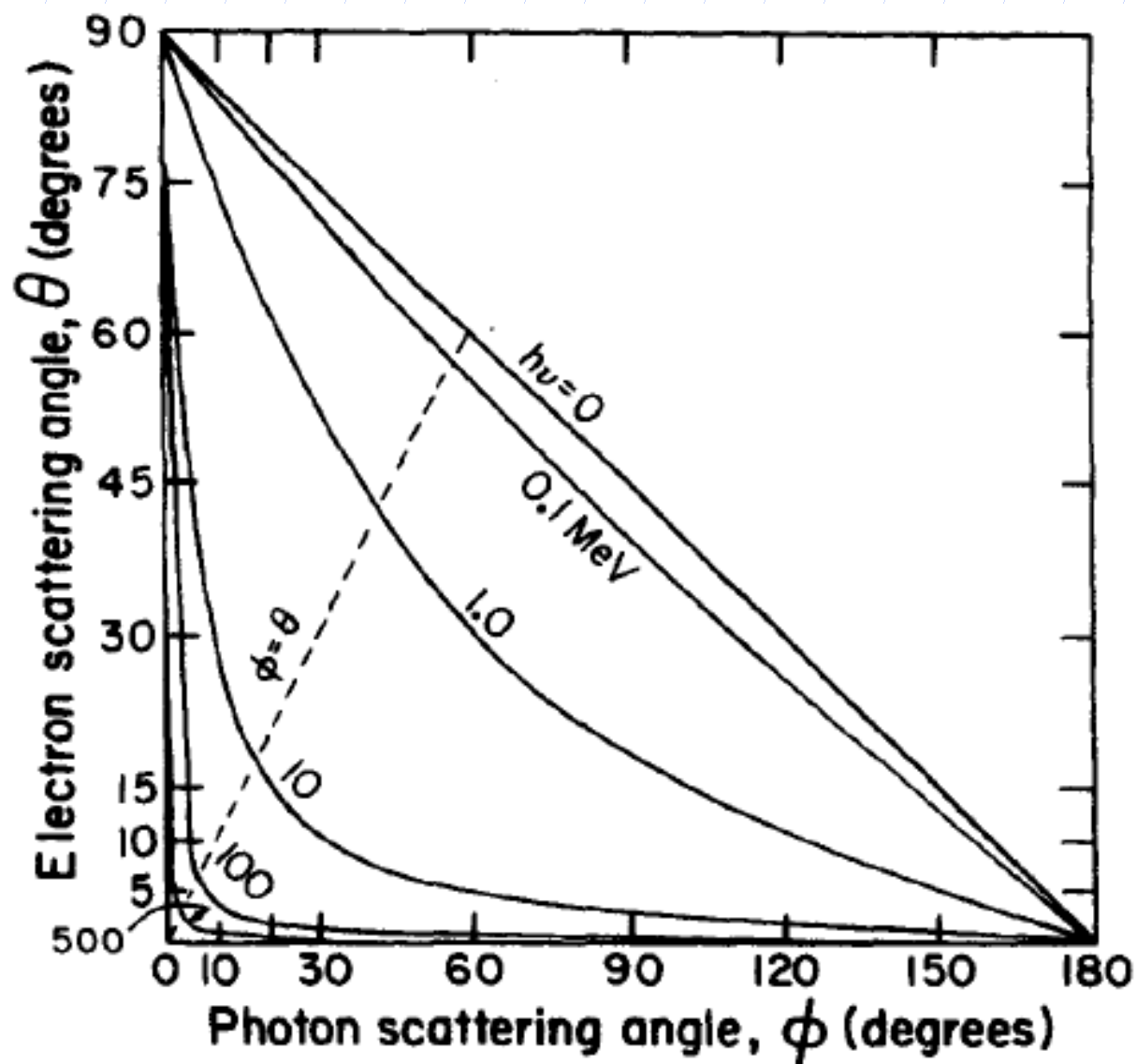
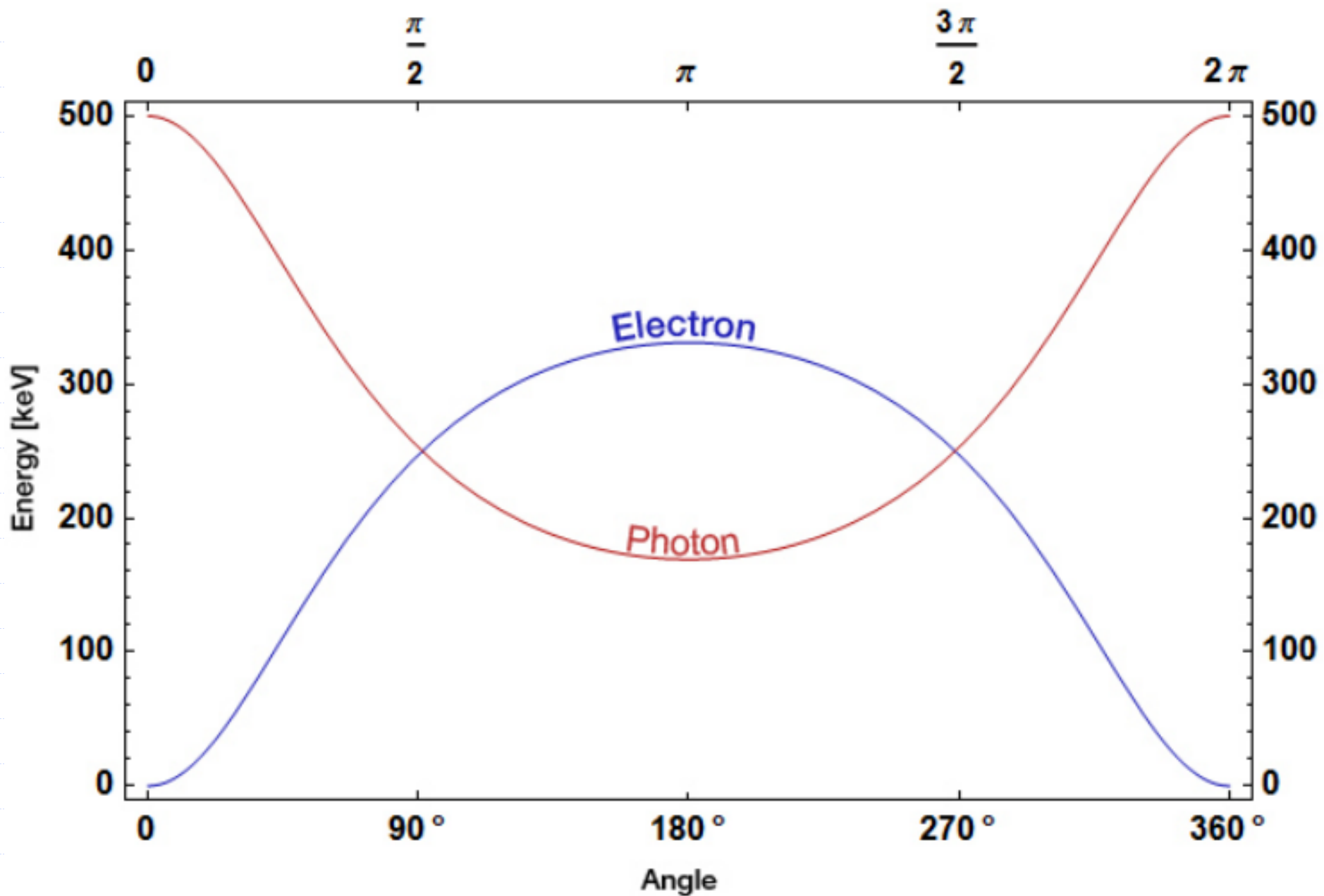


FIGURE 7.4. Relationship of the electron scattering angle θ to the photon scattering angle ϕ in the Compton effect, from Eq. (7.10). Curves are shown for the incident photon energies 0, 0.1, 1.0, 10, 100, and 500 MeV. The dashed line is the locus where $\theta = \phi$, when the electron and photon are scattered at equal angles on opposite sides of the incident photon's direction.

http://www.student.nada.kth.se/~f93-jhu/phys_sim/compton/Compton.htm



Przekrój czynny

- ◆ Przekrój czynny na zajście efektu Comptona opisuje się równaniem Kleina-Nishiny (wyprowadzenie w książce Attixa oraz w internecie) dla energii $k > 0.2$

$$\sigma_C = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+k}{k^2} \left[\frac{2(1+k)}{1+2k} - \frac{\ln(1+2k)}{k} \right] + \frac{\ln(1+2k)}{2k} - \frac{1+3k}{(1+2k)^2} \right\}$$

- ◆ Równanie Kleina-Nishiny jest wyprowadzone dla pojedynczego elektronu, więc dla atomu o Z elektronach należy je pomnożyć przez Z

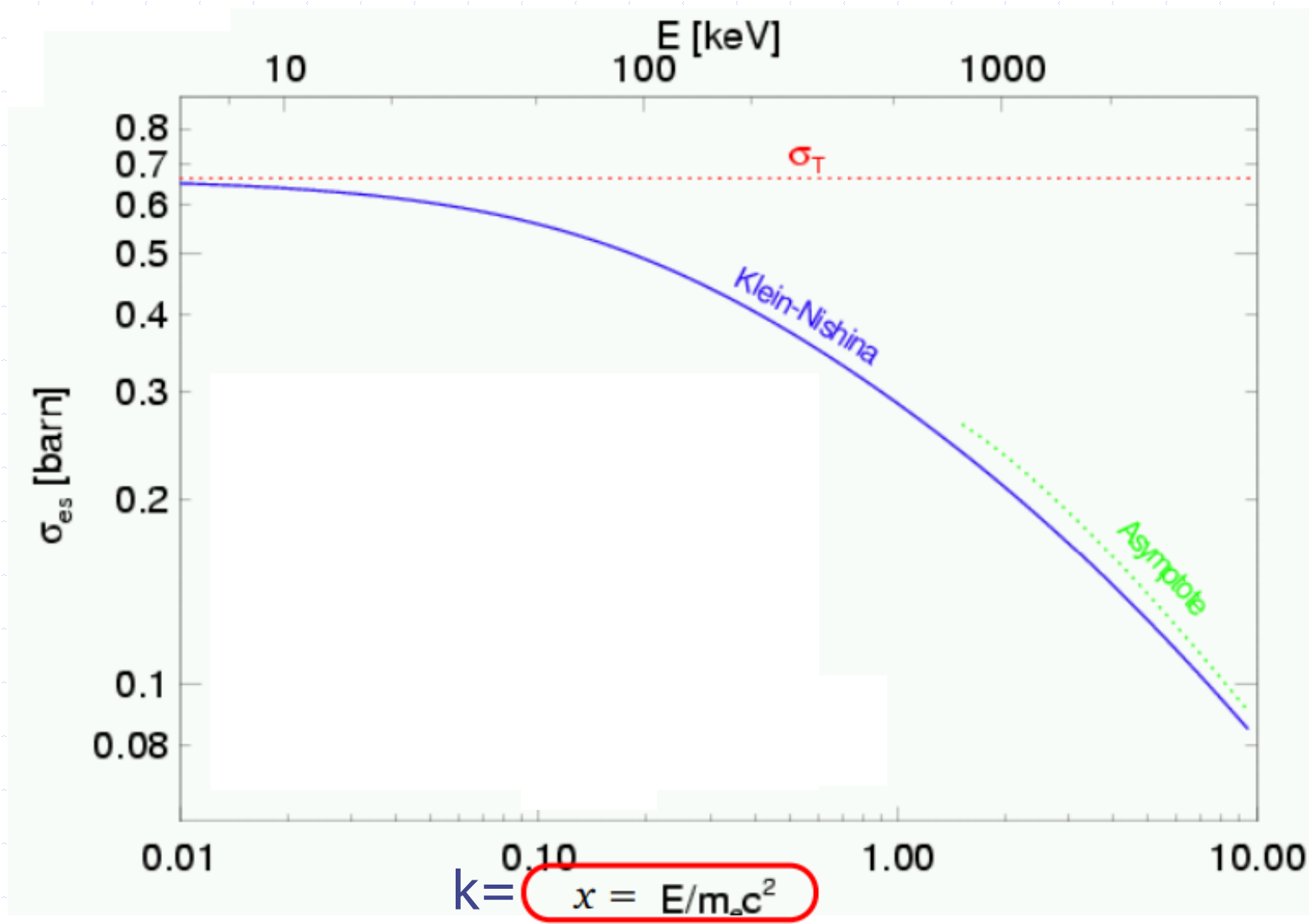
Przekrój czynny

◆ Zaś dla mniejszych energii ($k < 0.2$):

$$\sigma_C = \sigma_T \frac{1}{(1 + 2k)^2} \left(1 + 2k + \frac{6}{5}k^2 - \frac{1}{2}k^3 + \frac{2}{7}k^4 - \frac{6}{35}k^5 + \frac{8}{105}k^6 + \frac{4}{105}k^7 + \dots \right)$$

Wyprowadzenie Klein'a-Nishina'y było jednym z pierwszych sukcesów elektrodynamiki kwantowej (zaproponowanej przez Diraca)

Przekrój czynny



Przekrój czynny - przybliżenia

- ◆ Dla bardzo dużych energii fotonu możemy przyjąć przybliżenie:

$$\sigma_C \propto \frac{\ln k}{k}$$

zaś dla bardzo małych energii:

$$\sigma_C \rightarrow \sigma_T$$

Rozproszenie a przekaz energii

- ◆ Do tej pory milcząco pomijaliśmy kwestię, iż część pierwotnej energii padającego fotonu jest unoszona przez foton rozproszony, a część przez wybity elektron
- ◆ Z punktu widzenia przekrojów czynnych należy rozróżnić oba zjawiska:
 - przekrój czynny na zajście efektu Comptona
 - przekrój czynny na przekazanie energii elektronowi (absorpcję)

Rozróżnienie obu przekrojów

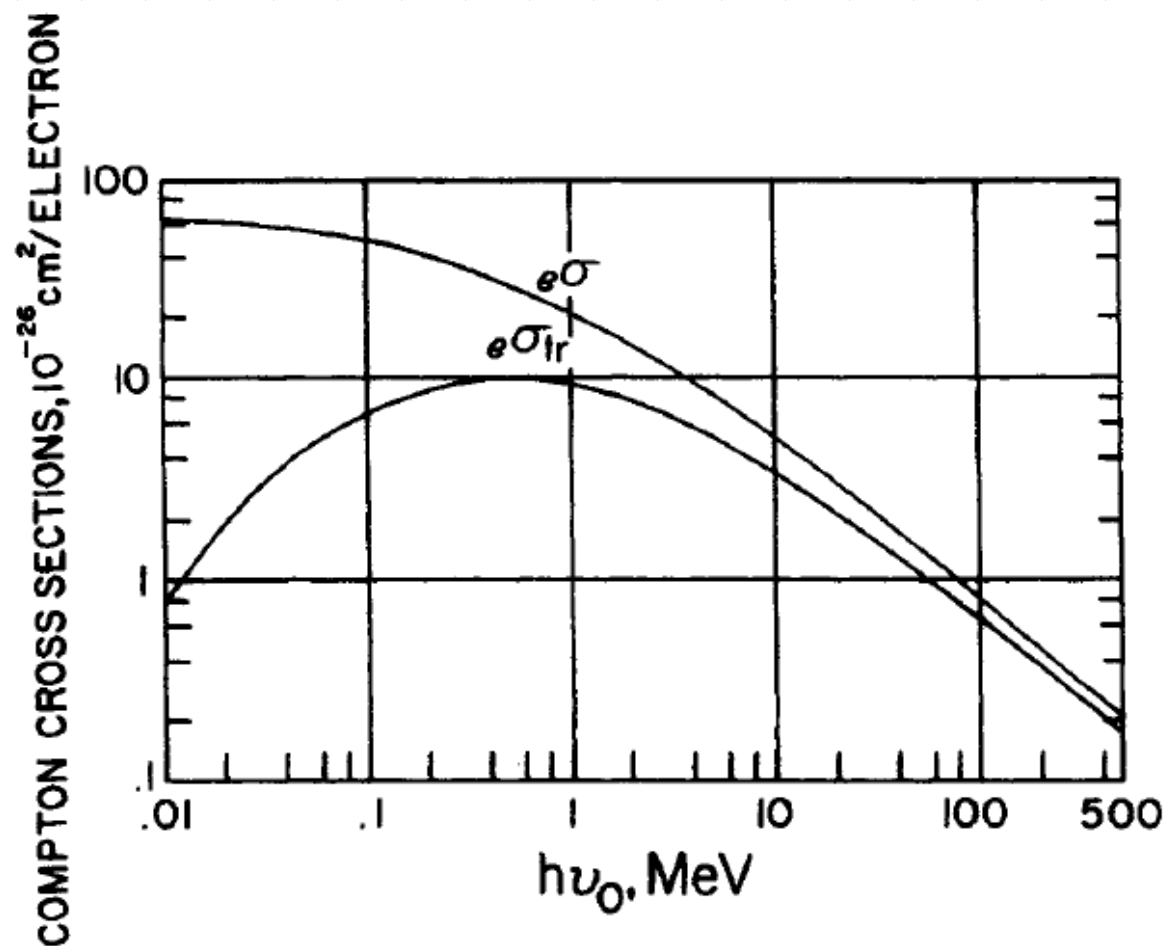


FIGURE 7.6. Klein-Nishina (Compton-effect) cross section per electron (σ) and corresponding energy-transfer cross section per electron (σ_{tr}) as a function of primary photon quantum energy $h\nu$. (After Nelms, 1953.)

Przekrój czynny na przekazanie energii (*energy transfer coefficient*)

◆ Zwany też przekrojem czynnym na pochłanianie komptonowskie

$$\begin{aligned} \sigma_{C,abs} &= 2\pi r_e^2 \left[\frac{2(1+k)^2}{k^2(1+2k)} - \frac{1+3k}{(1+2k)^2} - \frac{(1+k)(2k^2-2k-1)}{k^2(1+2k)^2} - \frac{4k^2}{3(1+2k)^3} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1+k}{k^3} - \frac{1}{2k} + \frac{1}{2k^3} \right) \ln(1+2k) \right] \end{aligned}$$

Dla dużych energii fotonu dominuje pochłanianie energii przez elektron

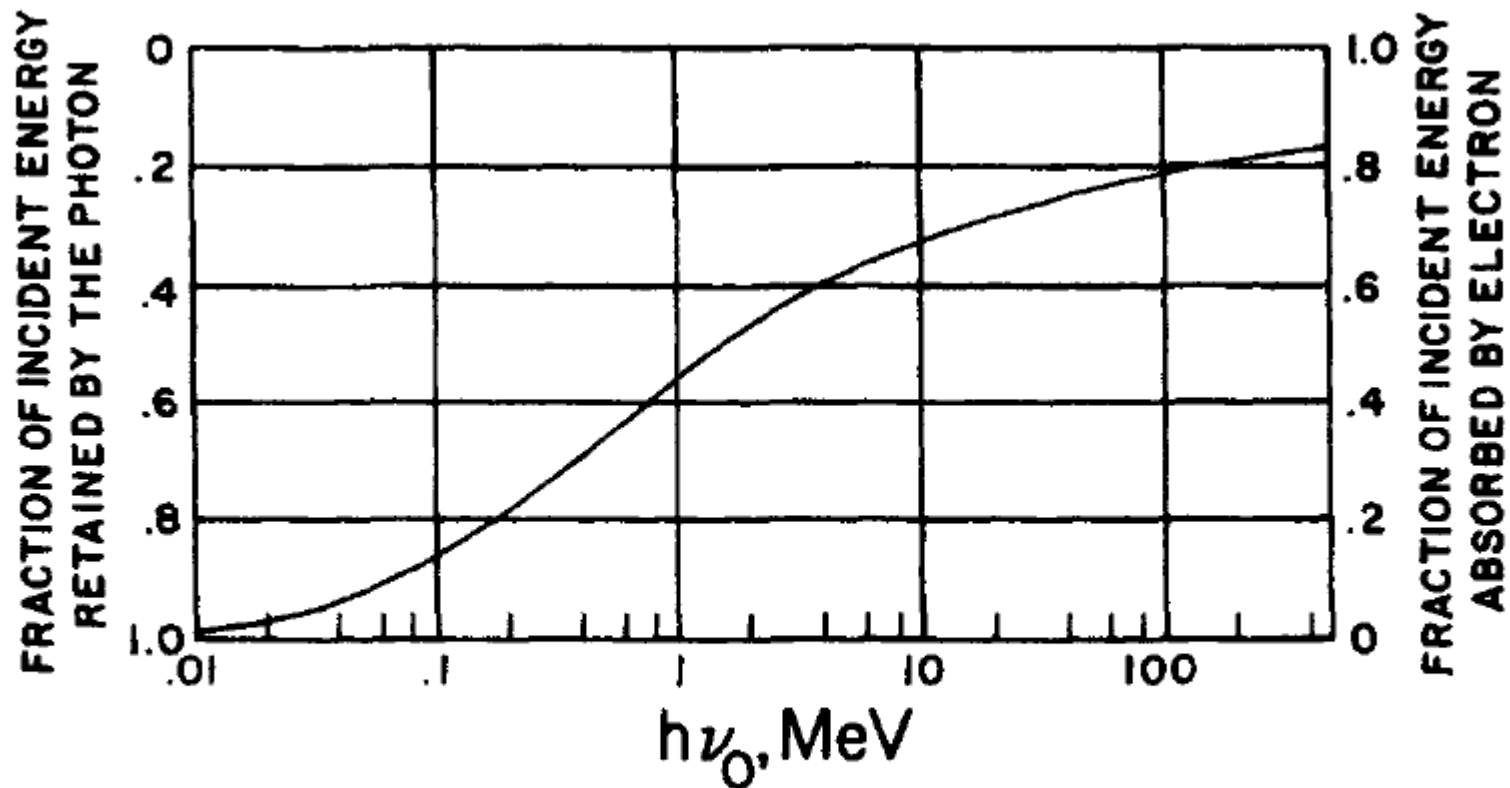


FIGURE 7.7. Mean fraction ($\bar{T}/h\nu$) of the incident photon's energy given to the recoiling electron in Compton interactions, averaged over all angles (right ordinate). Also, mean fraction ($h\bar{\nu}'/h\nu$) of energy retained by the scattered photon (left ordinate).

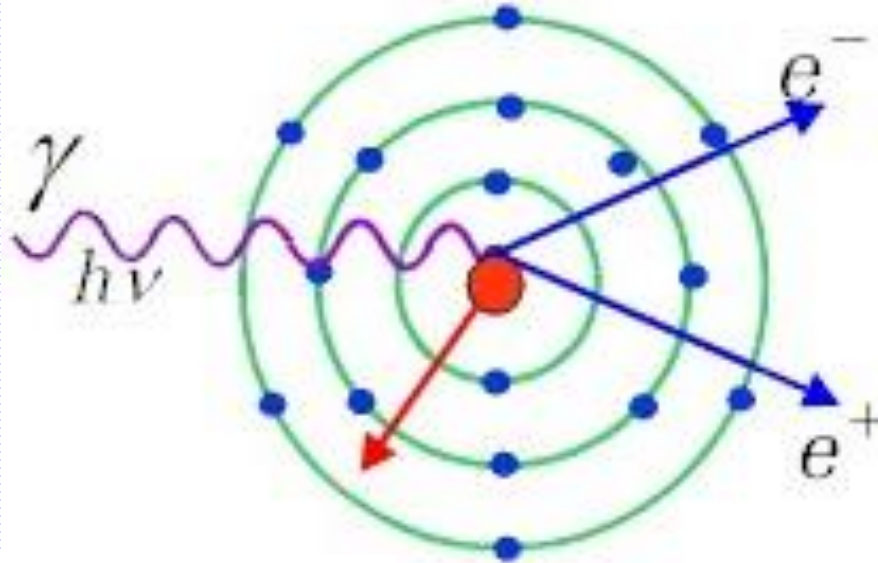
KREACJA PAR ELEKTRON- POZYTON W POLU JĄDRA ATOMOWEGO

Kreacja par e^+e^-

- ◆ Jest to proces, w którym foton generuje parę elektron-antyelektron (zwany pozyton lub pozytron) w polu innej cząstki (tutaj: jądra atomowego). Sam foton przestaje istnieć – cała jego energia przekazywana jest na wytworzenie obu cząstek
- ◆ Proces odwrotny do anihilacji
- ◆ Kolejny przykład procesu jonizacji materii

Kreacja par e^+e^-

- ◆ Istnienie trzeciego ciała jest niezbędne dla zachowa pędu układu



$$E_{\gamma} = h\nu \geq 2m_e c^2 + 2 \frac{m_e^2}{m_j} c^2 \cong 1,022 \text{ MeV}$$

Kreacja par e^+e^-

- ◆ Z racji tego, iż energia spoczynkowa elektronu wynosi 511 keV (i tyle samo pozytonu), to foton musi mieć energię równą przynajmniej energii spoczynkowej obu cząstek (1,022 MeV)
- ◆ Zakłada się przy tym, że masa jądra jest dużo większa od masy elektronu, więc energia kinetyczna jądra jest tu zaniedbywalna (patrz: książka Attixa ze szczegółowymi obliczeniami)
- ◆ Dlatego energia 1,022 MeV ($k=2$) jest energią progową na zajście kreacji par, co zawęży nam ten proces jedynie do promieniowania gamma

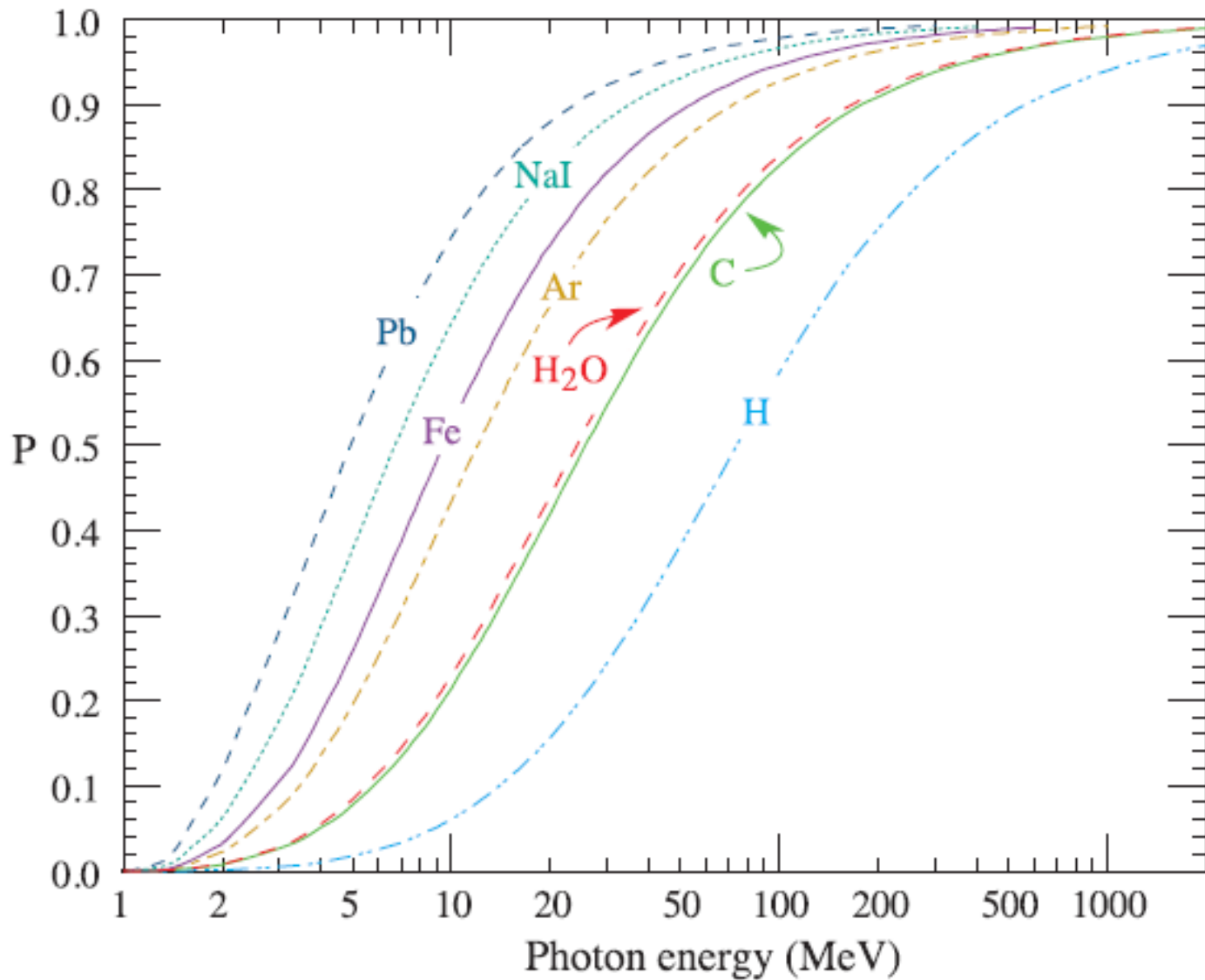


Figure 33.16: Probability P that a photon interaction will result in conversion to an e^+e^- pair. (nie tylko w polu jądra!)

Przekrój czynny

- ◆ Przekrój czynny na zajście kreacji par w polu jądra opisywany jest równaniem Maximon'a (oczywiście dla $k > 2$):

$$\begin{aligned} \sigma_{pair} &= Z^2 \alpha r_e^2 \left\{ \frac{28}{9} \ln 2k - \frac{218}{27} \right. \\ &+ \left(\frac{2}{k} \right)^2 \left[6 \ln 2k - \frac{7}{2} + \frac{2}{3} \ln^3 2k - \ln^2 2k - \frac{1}{3} \pi^2 \ln 2k + 2 \zeta(3) + \frac{\pi^2}{6} \right] \\ &\left. - \left(\frac{2}{k} \right)^4 \left[\frac{3}{16} \ln 2k + \frac{1}{8} \right] - \left(\frac{2}{k} \right)^6 \left[\frac{29}{9 \cdot 256} \ln 2k - \frac{77}{27 \cdot 512} \right] \right\} \end{aligned}$$

gdzie funkcja zeta Riemanna: $\zeta(3) \approx 1.2020569$

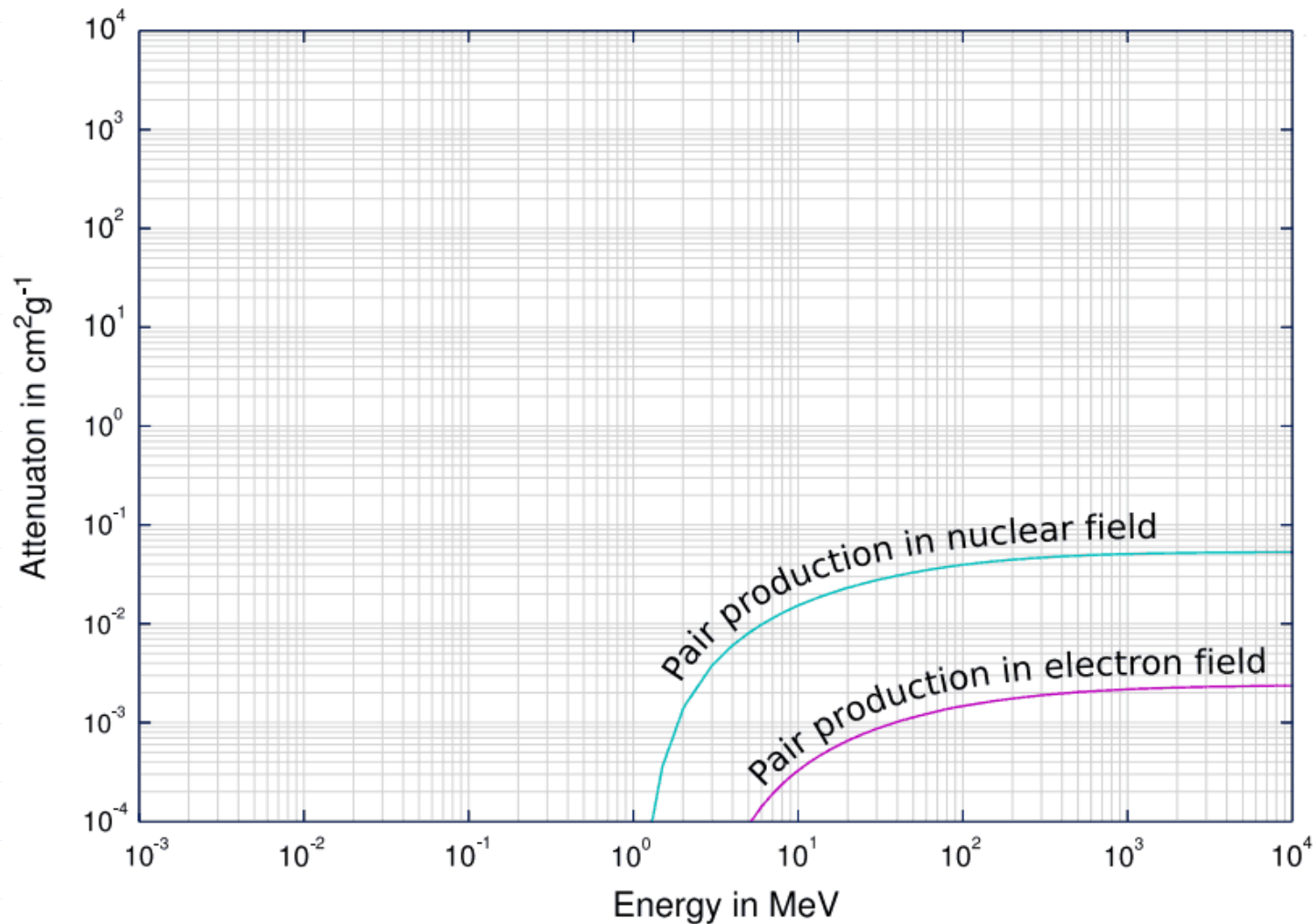
Przekrój czynny

- ◆ Formuła na przekrój czynny jest skomplikowana, wobec czego najważniejszym jest zapamiętać, iż

$$\sigma_{pair} \propto Z^2 f(k)$$

gdzie f rośnie logarytmicznie z k , a dla dużych energii jest stałe i niezależne od k

Przekrój czynny



KREACJA PAR ELEKTRON- POZYTON W POLU ELEKTRONU

(TZW. KREACJA TRIPLET)

Kreacja triplet (tryplet)

- ◆ Analogiczny mechanizm jak poprzednio, lecz trzecim ciałem jest nie jądro, a elektron
- ◆ Przekaz pędu temuż elektronowi na tyle znaczący, iż w efekcie nie można stwierdzić, który elektron powstał, a który został wybity – stąd w efekcie 3 cząstki (TRI-plet)
- ◆ Próg na kreację triplet wynosi $k=4$ z uwagi właśnie na wspomniany przekaz pędu (dowód w książce Attixa), czyli 2 razy więcej niż dla kreacji par w polu jądra

Kreacja triplet (tryplet)

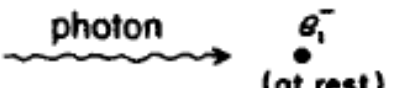
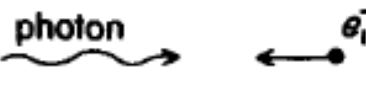
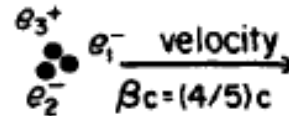
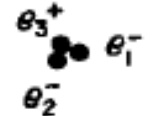
	In laboratory frame of reference R.	In null-momentum frame of reference R'.
Before interaction	 energy = $h\nu$ mom. = $\frac{h\nu}{c}$ mass = m_0 a	Velocity of R' rel. to R is $+\beta c$  energy = $h\nu'$ mass = m mom. = $\frac{h\nu'}{c}$ mom. = $-m\beta c$ $T = c^2(m - m_0)$ $v = -\beta c$ b $\left[\frac{h\nu'}{c} - m\beta c = 0 \right]$
After interaction	 velocity $\beta c = (4/5)c$ All electrons move in photon direction. d	 Photon annihilated, e_2^- and e_3^+ created, all electrons at rest. c

FIGURE 7.19. Triplet-production kinematics at the minimum photon energy threshold, $h\nu = h\nu_{\min}$. Diagrams at left apply to the laboratory frame of reference R, those at right to moving frame of reference R'. The momentum of the photon-electron system is zero in R'.

Przekrój czynny

- ◆ Przekrój czynny na reakcję triplet stanowił długo przedmiot wnikliwych badań, głównie teoretycznych
- ◆ Wyznacza się go dla pojedynczego elektronu, podobnie jak dla Comptona
- ◆ Obliczenia bazują ostatecznie na takich samych równaniach, jak dla efektu bremstrahlung (promieniowanie hamowania elektronów) – patrz prace Mork'a i Haug'a

Przekrój czynny

- ◆ Równanie Borsellino-Ghizzetti'ego jest obecnie najpowszechniej stosowane do obliczenia przekroju czynnego na reakcję triplet:

$$\begin{aligned}\sigma_{trip} &= \alpha r_e^2 \left[\frac{28}{9} \ln 2k - \frac{218}{27} + \frac{1}{k} \left(-\frac{4}{3} \ln^3 2k + 3 \ln^2 2k - \frac{60 + 16a}{3} \ln 2k + \frac{123 + 12a + 16b}{3} \right) \right. \\ &+ \frac{1}{k^2} \left(\frac{8}{3} \ln^3 2k - 4 \ln^2 2k + \frac{51 + 32a}{3} \ln 2k - \frac{123 + 32a + 64b}{6} \right) \\ &+ \frac{1}{k^3} \left(\ln^2 2k - \frac{53}{9} \ln 2k - \frac{2915 - 288a}{216} \right) + \frac{1}{k^4} \left(-\frac{49}{18} \ln 2k - \frac{115}{432} \right) + \frac{1}{k^5} \left(-\frac{77}{36} \ln 2k - \frac{10831}{8640} \right) \\ &\left. + \frac{1}{k^6} \left(-\frac{641}{300} \ln 2k - \frac{64573}{36000} \right) + \frac{1}{k^7} \left(-\frac{4423}{1800} \ln 2k - \frac{394979}{216000} \right) \right]\end{aligned}$$

gdzie $a = -2.4674$ oraz $b = -1.8031$

Przybliżenia Haug'a dla niższych energii ($4 < k < 18$)

◆ dla $4 < k < 4.6$: $\sigma_{trip,H} = \alpha r_e^2 [5.6 + 20.4 (k - 4) - 10.9 (k - 4)^2 - 3.6 (k - 4)^3 + 7.4 (k - 4)^4] 10^{-3} (k - 4)^2$

◆ dla $4.6 < k < 6$: $\sigma_{trip,H} = \alpha r_e^2 (0.582814 - 0.29842 k + 0.04354 k^2 - 0.0012977 k^3)$

◆ dla $6 < k < 18$: $\sigma_{trip,H} = \alpha r_e^2 \left(\frac{3.1247 - 1.3394 k + 0.14612 k^2}{1 + 0.4648 k + 0.016683 k^2} \right)$



PRZEKROJE CZYNNE OD POZOSTAŁYCH EFEKTÓW

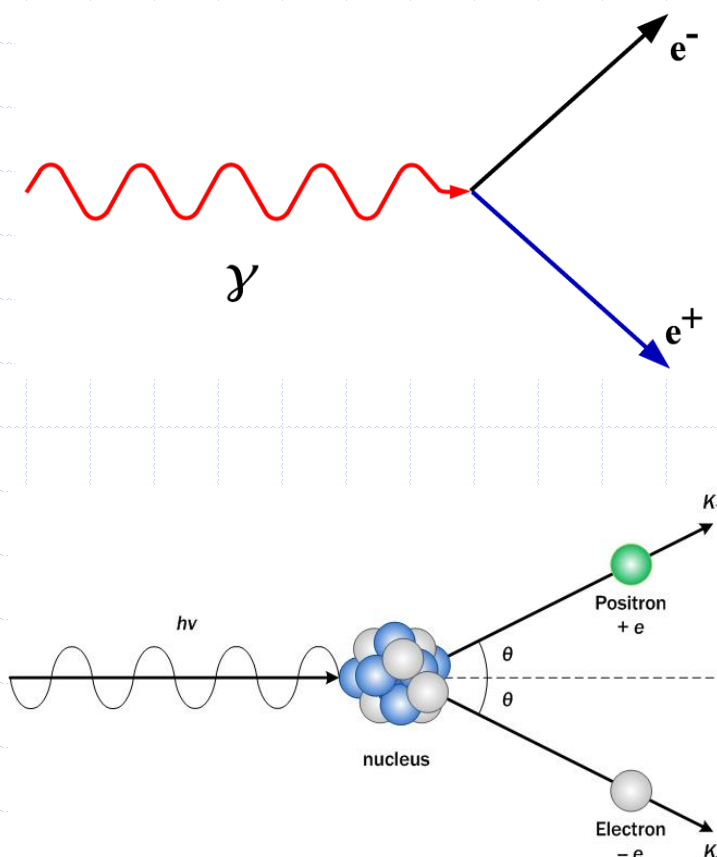
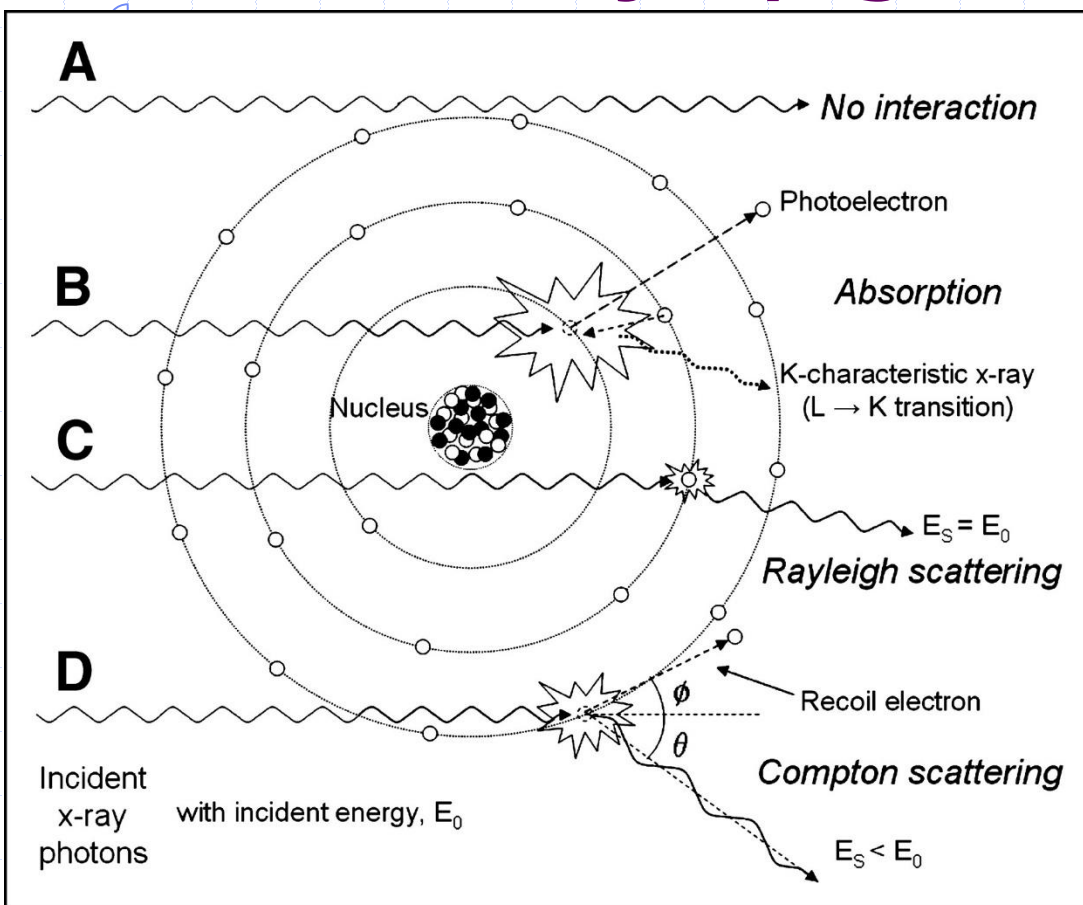
Pozostałe (egzotyczne i bardzo rzadkie) efekty

- ◆ Kreacja par cząstka-antycząstka (np. mezon-antymezon, nukleon-antynukleon)
- ◆ Rozpraszanie Delbruck'a (efekty kwantowe w polu jądra)
- ◆ Absorpcja fotojądrowa (wzbudzenie jądra, zachodzi dla energii rezonansowych) – przekrój czynny ma formę szerokiego piku dla (zazwyczaj) kilkudziesięciu MeV
- ◆ Fotorozszczepienie jądrowe

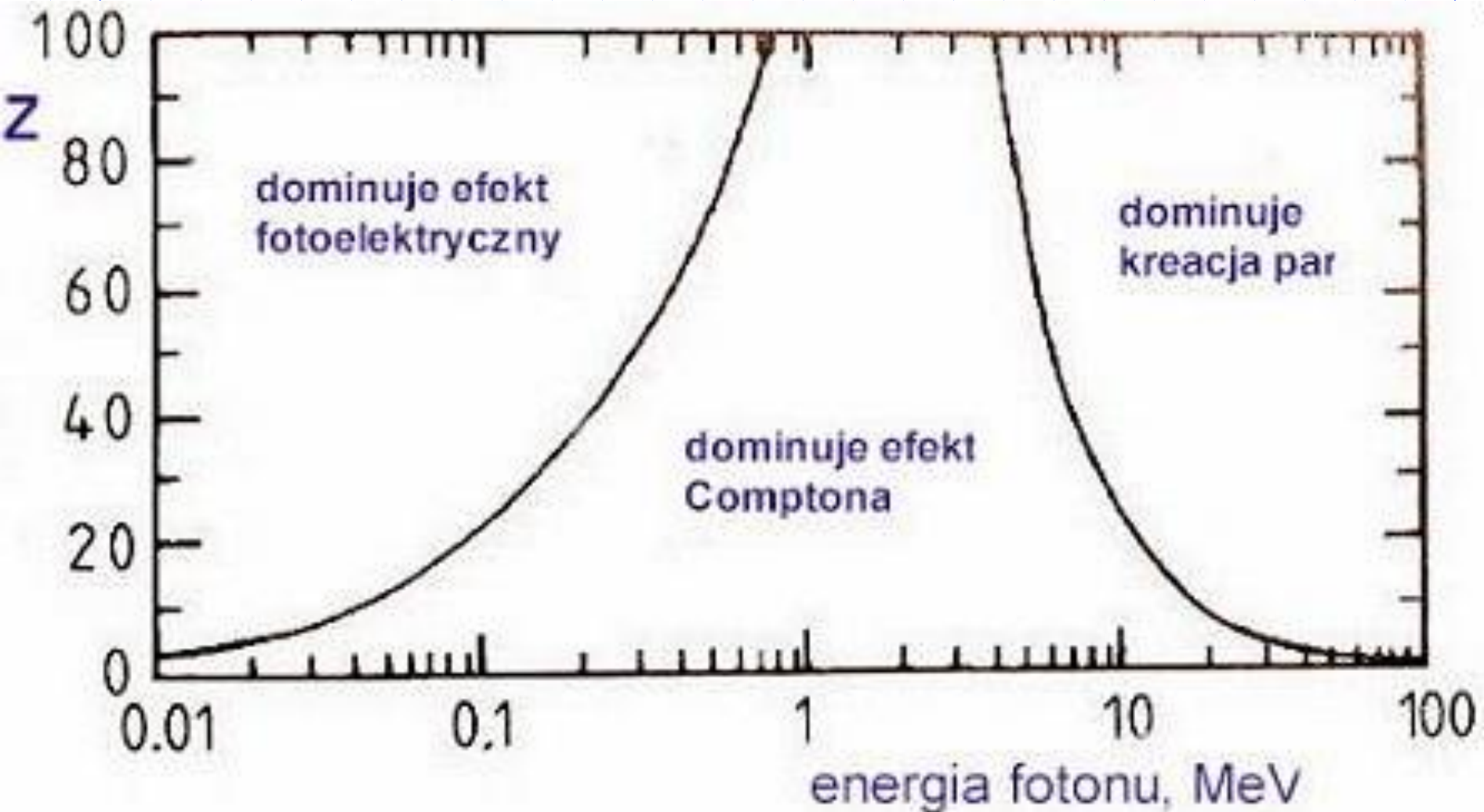
Type of interaction Interaction with:	Absorption	Scattering	
		Elastic (Coherent)	Inelastic (Incoherent)
Atomic electrons	Photoelectric effect $\sigma_{pe} \begin{cases} \sim Z^4 (L.E.) \\ \sim Z^5 (H.E.) \end{cases}$	Rayleigh scattering $\sigma_R \sim Z^2 (L.E.)$	Compton scattering $\sigma_C \sim Z$
Nucleus	Photonuclear reactions $(\gamma, n), (\gamma, p),$ photofission, etc. $\sigma_{ph.n.} \sim Z$ $(h\nu \geq 10 \text{ MeV})$	Elastic nuclear scattering $(\gamma, \gamma) \sim Z^2$	Inelastic nuclear scattering (γ, γ')
Electric field surrounding charged particles	Electron-positron pair production in field of nucleus, $\sigma_{pair} \sim Z^2$ $(h\nu \geq 1.02 \text{ MeV})$	Delbrück scattering	
	Electron-positron pair production in electron field, $\sigma_{trip} \sim Z^2$ $(h\nu \geq 2.04 \text{ MeV})$		
	Nucleon-antinucleon pair production $(h\nu \geq 3 \text{ GeV})$		
Mesons	Photomeson production, $(h\nu \geq 150 \text{ MeV})$	Modified (γ, γ)	

CAŁKOWITY PRZEKRÓJ CZYNNY NA ODDZIAŁYWANIE FOTONÓW Z MATERIAŁ

Podsumujmy główne efekty



Dominacja danego efektu w zależności od energii



Przekroje czynne są kluczowe

- ◆ Z punktu widzenia oddziaływania promieniowania z materią, w tym skutków biologicznych, dozymetrii i ochrony radiologicznej, najważniejsze są wartości przekrojów czynnych
- ◆ Dzięki nim określimy np. współczynniki pochłaniania osłon czy też dawki

Poprawki do przekrojów czynnych

- ◆ Podane równania na przekroje czynne są jedynie przybliżeniem i przy dokładniejszych obliczeniach wymagają uwzględnienia odpowiednich poprawek
- ◆ W szczególności poprawek na:
 - oddziaływanie/ekranowanie kulombowskie elektronów
 - ekranowanie od sąsiednich jąder atomowych
 - poprawki radiacyjne (spontaniczne emisje fotonów, w tym wirtualnych)
- ◆ Poprawki te wyliczone są w pracy Hubbell et al. 1980

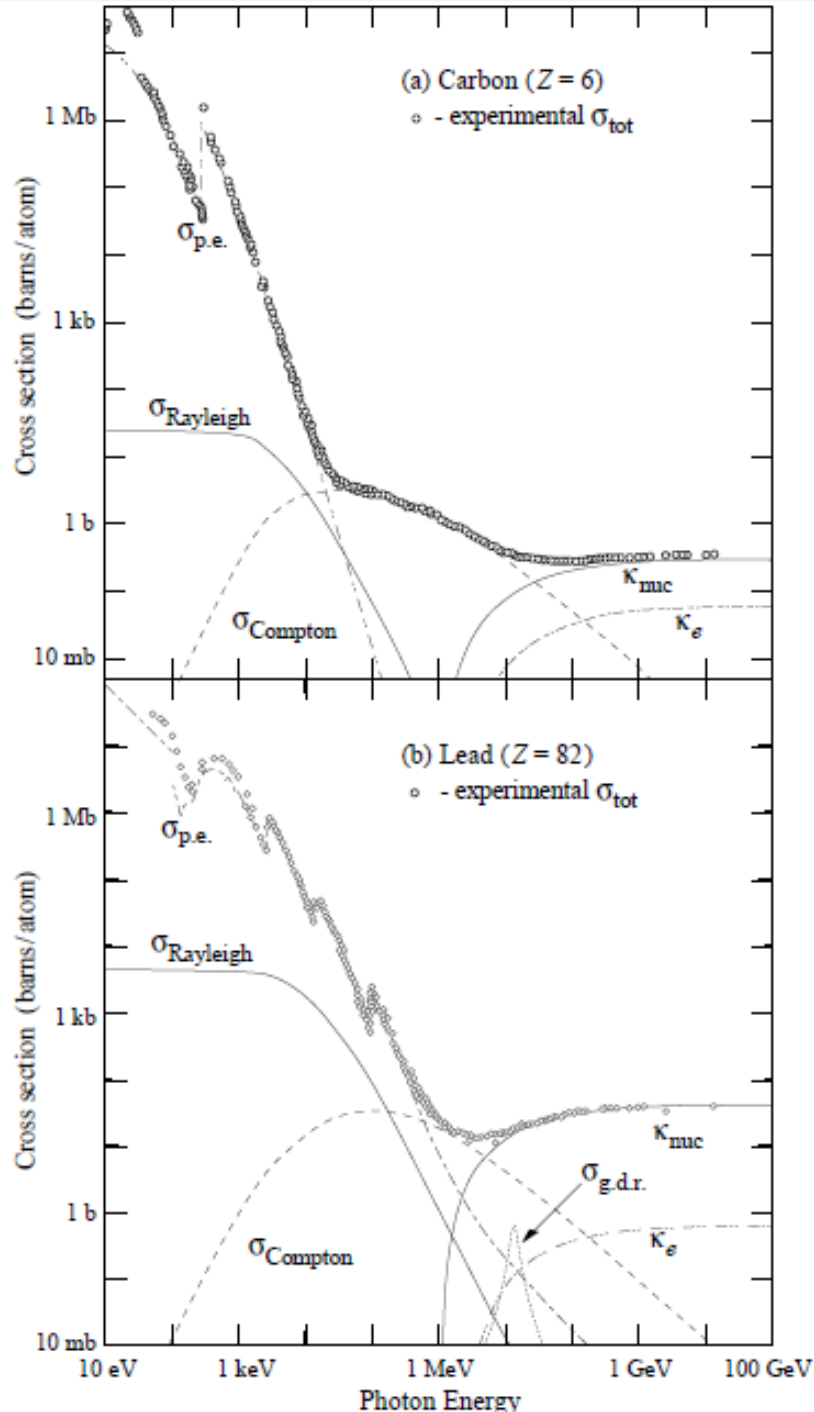


Figure 33.15: Photon total cross sections as a function of energy in carbon and lead, showing the contributions of different processes [51]:

$\sigma_{\text{p.e.}}$ = Atomic photoelectric effect (electron ejection, photon absorption)

σ_{Rayleigh} = Rayleigh (coherent) scattering—atom neither ionized nor excited

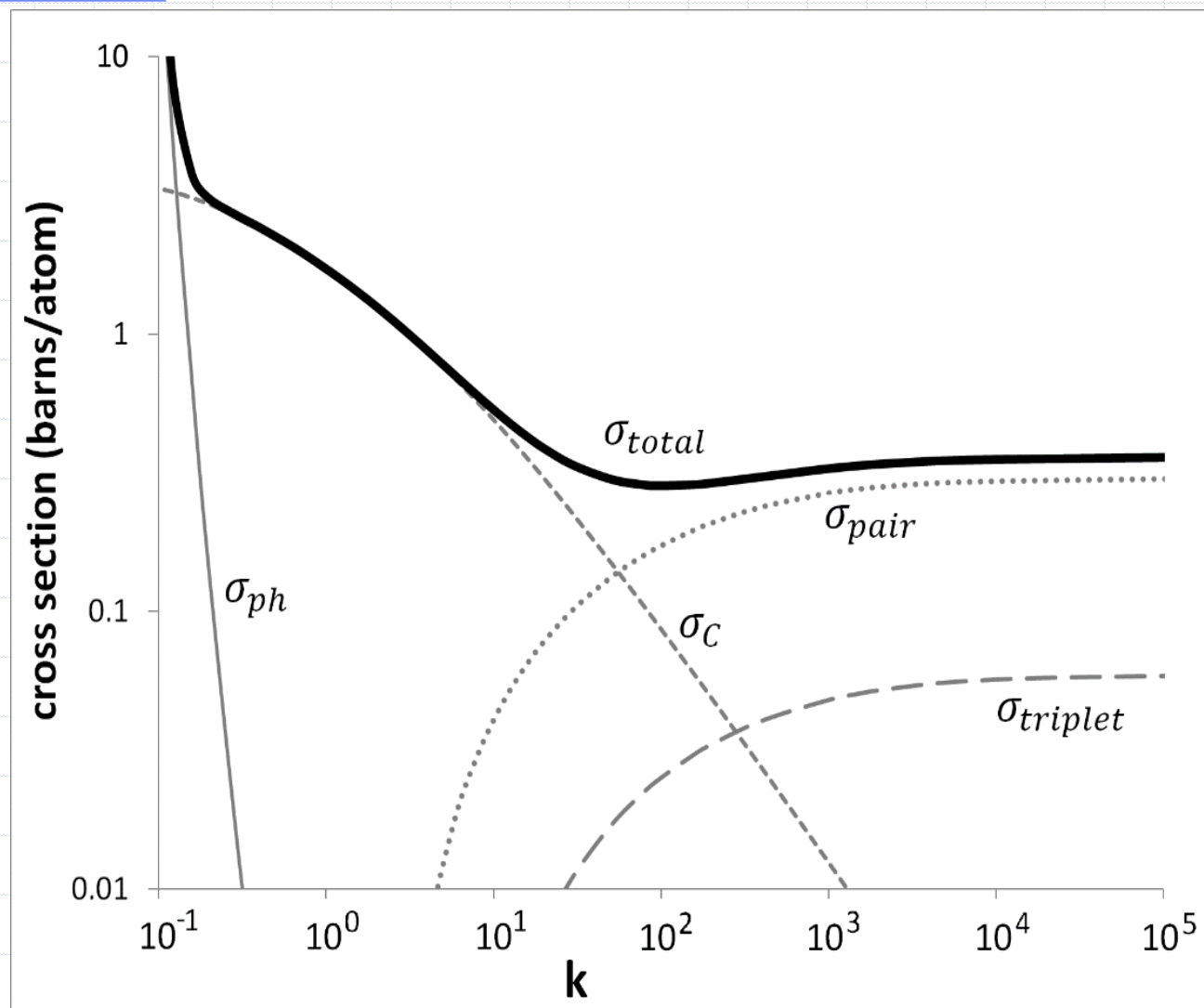
σ_{Compton} = Incoherent scattering (Compton scattering off an electron)

κ_{nuc} = Pair production, nuclear field

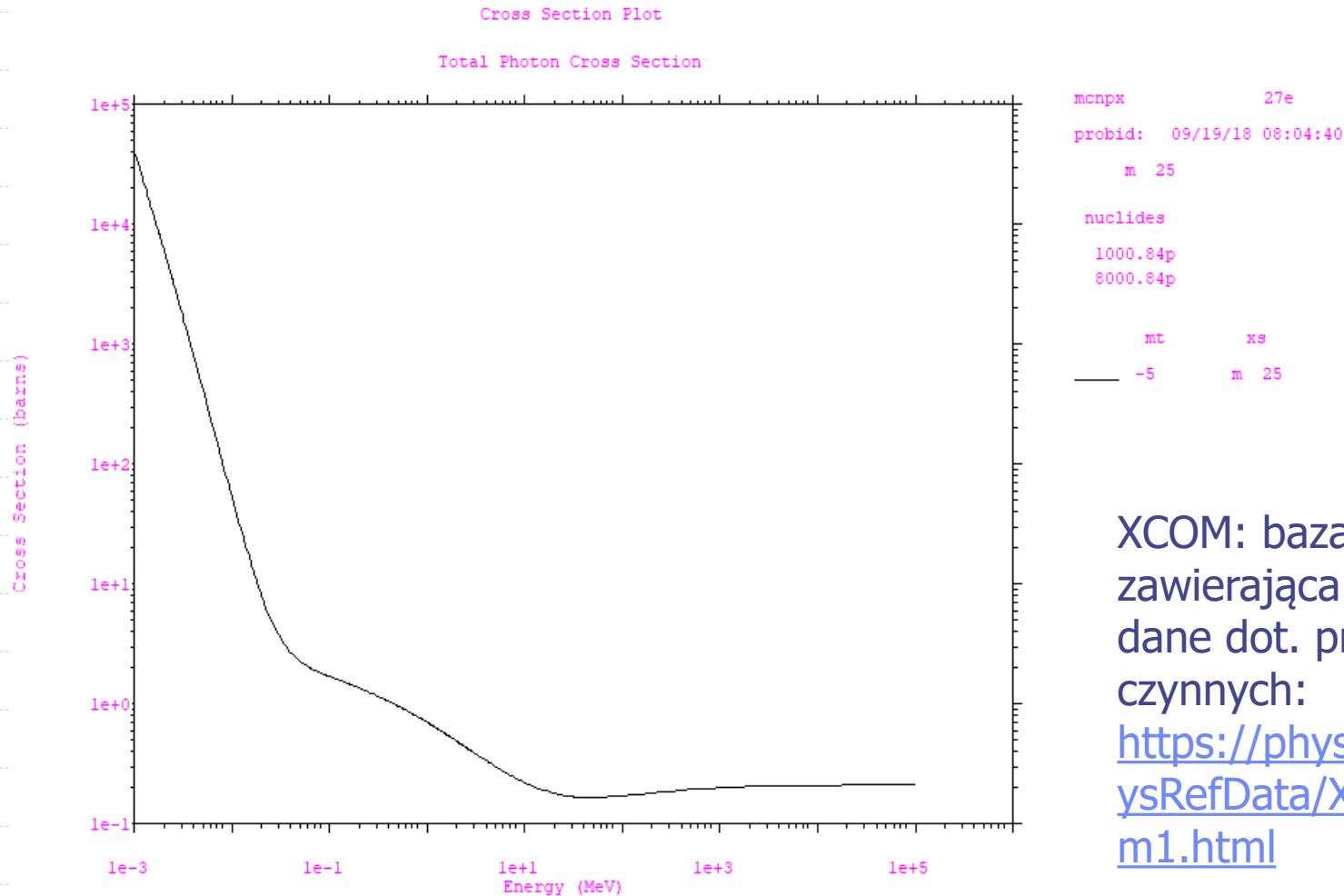
κ_e = Pair production, electron field

$\sigma_{\text{g.d.r.}}$ = Photonuclear interactions, most notably the Giant Dipole Resonance [52]. In these interactions, the target nucleus is broken up.

Dla węgla ($Z=6$)



Całkowity przekrój czynny dla wody (co symuluje ciało człowieka)



XCOM: baza danych
zawierająca wszystkie
dane dot. przekrojów
czynnych:
<https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>

Jedna formuła na całkowity przekrój czynny

◆ dla $2 < k < 20,000$ oraz $1 < Z < 100$

$$\sigma_{total}(k, Z) = \sum_{i=0}^6 \left[(\ln k)^i \sum_{j=0}^4 a_{i,j} Z^j \right]$$

$a_{i,j}$	i=0	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6
j=0	0.0830899	-0.08717743	0.02610534	$-2.74655 \cdot 10^{-3}$	$4.39504 \cdot 10^{-5}$	$9.05605 \cdot 10^{-6}$	$-3.97621 \cdot 10^{-7}$
j=1	0.265283	-0.10167009	0.00701793	$2.371288 \cdot 10^{-3}$	$-5.020251 \cdot 10^{-4}$	$3.6531 \cdot 10^{-5}$	$-9.46044 \cdot 10^{-7}$
j=2	$2.18838 \cdot 10^{-3}$	$-2.914205 \cdot 10^{-3}$	$1.26639 \cdot 10^{-3}$	$-7.6598 \cdot 10^{-5}$	$-1.58882 \cdot 10^{-5}$	$2.18716 \cdot 10^{-6}$	$-7.49728 \cdot 10^{-8}$
j=3	$-4.48746 \cdot 10^{-5}$	$4.75329 \cdot 10^{-5}$	$-1.43471 \cdot 10^{-5}$	$1.19661 \cdot 10^{-6}$	$5.7891 \cdot 10^{-8}$	$-1.2617 \cdot 10^{-8}$	$4.633 \cdot 10^{-10}$
j=4	$6.29882 \cdot 10^{-7}$	$-6.72311 \cdot 10^{-7}$	$2.61963 \cdot 10^{-7}$	$-5.1862 \cdot 10^{-8}$	$5.692 \cdot 10^{-9}$	$-3.29 \cdot 10^{-10}$	$7.7 \cdot 10^{-12}$

Źródło: Fornalski, K.W. „Total cross section single empirical formula for gamma radiation interaction with matter for different energies and absorber types”, Journal of Nuclear Engineering and Radiation Science, vol. 7, 2021

Ciekawostka – naładowany elektrycznie absorbent

◆ Wzrost przekroju czynnego dla efektu fotoelektrycznego, Comptona i kreacji triplet (tu przykład dla węgla)

